

参考答案

吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	C	A	D	D	D	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	A	C	D	C	D	A	

二、填空题

16. $a \leq 1$

17. 7

18. $\{y|0 \leq y < 1\}$

19. 3

三、解答题

20. 解: (1) $\because f(x) = x^a$ 的图象经过点 $A(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$,

$$\therefore (\frac{1}{2})^a = \sqrt{2},$$

$$\text{即 } 2^{-a} = 2^{\frac{1}{2}}, \text{ 解得 } a = -\frac{1}{2}.$$

(2) 证明: 任取 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$, 则

$$f(x_2) - f(x_1) = x_2^{-\frac{1}{2}} - x_1^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x_2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1}} = \frac{\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1 x_2}} =$$

$$\frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1 x_2} \cdot (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})}.$$

$\because x_2 > x_1 > 0, \therefore x_1 - x_2 < 0, \sqrt{x_1 x_2} \cdot (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) > 0$, 于是 $f(x_2) - f(x_1) < 0$.

即 $f(x_2) < f(x_1)$, 所以 $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内是减函数.

21. 解: (1) $f(x)$ 的单调增区间为 $[-2, 0)$, $(2, +\infty)$, 单调减区间为 $(-\infty, -2)$, $(0, 2]$.

(2) $\because f(x) = 16, \therefore (x+2)^2 = 16, \therefore x = 2$ (舍) 或 -6 ; 或 $(x-2)^2 = 16, \therefore x = 6$ 或 -2 (舍).

$\therefore x$ 的值为 6 或 -6 .

22. 解: 令 $t = \log_2 y, \therefore x > 1, y > 1, \therefore t > 0$,

$$\text{由 } 2\log_2 y - 2\log_2 x + 3 = 0 \text{ 得 } 2t - \frac{2}{t} + 3 = 0,$$

$$\therefore 2t^2 + 3t - 2 = 0,$$

$$\therefore (2t-1)(t+2) = 0, \therefore t > 0, \therefore t = \frac{1}{2},$$

$$\text{即 } \log_2 y = \frac{1}{2}, \therefore y = x^{\frac{1}{2}},$$

$$\therefore T = x^2 - 4y^2 = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4,$$

$$\because x > 1, \therefore \text{当 } x = 2 \text{ 时, } T_{\min} = -4.$$

23. 解: (1) 用待定系数法不难得到

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x + 22, & (1 \leq x < 40, x \in \mathbb{N}), \\ -\frac{1}{2}x + 52, & (40 \leq x \leq 100, x \in \mathbb{N}). \end{cases}$$

(2) 设日销售额为 S 千元, 当 $1 \leq x < 40$ 时,

$$S = (\frac{1}{4}x + 22)(-\frac{1}{3}x + \frac{109}{3}) = -\frac{1}{12}(x - \frac{21}{2})^2 + \frac{38809}{48},$$

当 $x = 10$ 或 11 时,

$$S_{\max} = \frac{9702}{12} = 808.5 \text{ (千元)},$$

当 $40 \leq x \leq 100$ 时,

$$S = (-\frac{1}{2}x + 52)(-\frac{1}{3}x + \frac{109}{3})$$

$$= \frac{1}{6}(x^2 - 213x + 11336),$$

$$\therefore x = 40 \text{ 时, } S_{\max} = 736 \text{ (千元)}.$$

综上所述, 日销售额最高是在第 10 天或第 11 天, 最高值为 808.5 千元.

24. 解: (1) 常数 $m = 1$.

(2) 当 $k < 0$ 时, 直线 $y = k$ 与函数 $y = |3^x - 1|$ 的图象无交点, 即方程无解;

当 $k = 0$ 或 $k \geq 1$ 时, 直线 $y = k$ 与函数 $y = |3^x - 1|$ 的图象有唯一的交点, 所以方程有一解;

当 $0 < k < 1$ 时, 直线 $y = k$ 与函数 $y = |3^x - 1|$ 的图象有两个不同交点, 所以方程有两解.

吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	B	A	D	B	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	D	C	B	A	B	A	

二、填空题

16. $x + 2y - 2 = 0$

17. (1, 2)

18. $-3, 2$

19. ②③

三、解答题

20. 解: 设直线 l 的方程为 $y + 4 = k(x + 5)$,

分别令 $y = 0, x = 0$,

$$\text{得 } l \text{ 在 } x \text{ 轴, } y \text{ 轴上的截距为: } a = -\frac{5k+4}{k}, b = 5k-4,$$

$$\text{由条件 (2) 得 } ab = \pm 10, \therefore -\frac{5k+4}{k} \cdot (5k-4) = \pm 10,$$

得 $25k^2 - 30k + 16 = 0$, 无实数解;

$$\text{或 } 25k^2 - 50k + 16 = 0, \text{ 解得 } k_1 = \frac{8}{5}, k_2 = \frac{2}{5}.$$

故所求的直线方程为: $8x - 5y + 20 = 0$,

$$\text{或 } 2x - 5y - 10 = 0.$$

21. 解: 坐标原点到这两条直线的距离相等且 $l_1 \parallel l_2$,

$\therefore l_1, l_2$ 在 y 轴上的截距互为相反数, 即 $\frac{4}{b} = -2$,

$$\therefore b = -2.$$

即有 $l_1: ax + 2y + 4 = 0$ 与 $l_2: (a-1)x + y - 2 = 0$.

$\because l_1 \parallel l_2$, 且 l_1, l_2 斜率存在, $\therefore -\frac{a}{2} = -(a-1)$, 解之得 $a = 2$. 综上: $a = 2, b = -2$.

22. 解: 据题意设圆心 $C(a, 0)$,

圆 C 方程为 $(x-a)^2 + y^2 = r^2$,

$$\text{则有 } \begin{cases} (1-a)^2 = r^2, \\ \frac{|a-1|}{2} = \sqrt{r^2-3}. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} r = 2, \\ a = -1 \text{ 或 } 3. \end{cases}$$

$\therefore$ 所求圆 C 的标准方程为: $(x+1)^2 + y^2 = 4$,

$$\text{或 } (x-3)^2 + y^2 = 4.$$

23. 解: (1) 由 AC 边上的高 BH 所在直线方程为 $x - 2y - 5 = 0$ 可知 $k_{AC} = -2$, 又 $A(5, 1)$, AC 边所在直线方程为 $y - 1 = -2(x - 5)$,

即 AC 边所在直线方程为 $2x + y - 11 = 0$.

(2) 由 AC 边所在直线方程为 $2x + y - 11 = 0$,

AB 边上的中线 CM 所在直线方程为 $2x - y - 5 = 0$,

$$\text{由 } \begin{cases} 2x + y - 11 = 0, \\ 2x - y - 5 = 0, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 4, \\ y = 3. \end{cases}$$

所以顶点 C 的坐标为 $(4, 3)$.

24. 解: (1) 连结 PO ,

$\because P, O$ 分别为 SB, AB 的中点, $\therefore PO \parallel SA$,

$PO \subset$ 平面 PCD ,

$SA \not\subset$ 平面 PCD ,

$\therefore SA \parallel$ 平面 PCD .

(2) $r = 2$,

$$\text{母线 } l = SB = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\text{底}} = \pi r^2 = 4\pi,$$

$$S_{\text{侧}} = \pi rl = 4\sqrt{2}\pi,$$

$$\therefore S_{\text{表}} = S_{\text{底}} + S_{\text{侧}} = 4(\sqrt{2} + 1)\pi.$$

(3) $\because PO \parallel SA, \therefore \angle DPO$ 为异面直线 SA 与 PD 所成角,

$$\because CD \perp AB, CD \perp SO, AB \cap SO = O,$$

$$\therefore CD \perp \text{平面 } SOB,$$

$$\therefore OD \perp PO.$$

$$\text{在 Rt}\triangle DOP \text{ 中, } OD = 2, OP = \frac{1}{2}SB = \sqrt{2},$$

$$\therefore \tan \angle DPO = \frac{OD}{OP} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2},$$

$\therefore$ 异面直线 SA 与 PD 所成角的正切值为 $\sqrt{2}$.

吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	B	B	D	A	C	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	B	C	A	C	B	D	

二、填空题

16. 45

17. $\frac{17}{25}$

18. 4

19. $\frac{2}{3}$

三、解答题

20. 解: (1) $\because \frac{x}{2000} = 0.19, \therefore x = 380$.

(2) 初三年级人数为 $y + z = 2000 - (373 + 377 + 380 + 370) = 500$. 现用分层抽样的方法在全校抽取 48 名学生, 应在初三年级抽取的人数为: $\frac{48}{2000} \times 500 = 12$ 名.

(3) 设初三年级女生比男生多的事件为 A , 初三年级女生男生数记为 (y, z) :

由 (2) 知 $y + z = 500$, 且 $y, z \in \mathbb{N}$, 基本事件空间包含的基本事件有:

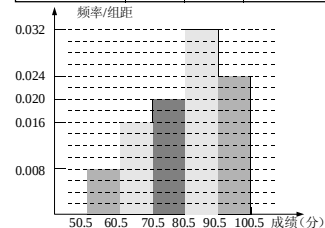
$(245, 255), (246, 254), (247, 253), \dots, (255, 245)$ 共 11 个,

事件 A 包含的基本事件有: $(251, 249), (252, 248), (253, 247), (254, 246), (255, 245)$ 共 5 个.

$$\therefore P(A) = \frac{5}{11}.$$

21. 解: (1) 如表.

分组	频数	频率	频率/组距
50.5 ~ 60.5	4	0.08	0.008
60.5 ~ 70.5	8	0.16	0.016
70.5 ~ 80.5	10	0.20	0.020
80.5 ~ 90.5	16	0.32	0.032
90.5 ~ 100.5	12	0.24	0.024
合计	50	1.00	



(2) 频数直方图如上所示.

(3) 成绩在 75.5 ~ 80.5 分的学生占 70.5 ~ 80.5 分的学生频率为 $\frac{5}{10}$, 因为成绩在 70.5 ~ 80.5 分的学生频率为 0.2, 所以成绩在 75.5 ~ 80.5 分的学生频率为 0.1; 成绩在 80.5 ~ 85.5 分的学生占 80.5 ~ 90.5 分的学生频率为 $\frac{8}{16}$, 因为成绩在 80.5 ~ 90.5 分的学生频率为 0.32, 所以成绩在 80.5 ~ 85.5 分的学生频率为 0.16; 所以成绩在 75.5 ~ 85.5 分的学生频率为 0.26, 由于有 900 名学生参加了这次竞赛, 所以该校获得二等奖的学生约为 $0.26 \times 900 = 234$ (人).

22. 解: (1) 记事件 $A = \{\text{投掷一次中 10 环}\}$,

事件 A 发生, 飞镖落在半径为 10 的圆内,

因此由几何模型的求概率公式得

$$P(A) = \frac{S_A}{S} \times (1 - 0.4) = \frac{10^2 \pi}{40^2 \pi} \times 0.6 = \frac{1}{16} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{80}.$$

所以这位同学投掷一次中 10 环的概率为 $\frac{3}{80}$.

(2) 记事件 $B = \{\text{投掷一次不到 9 环}\}$, 事件 B 发生, 飞镖落在 7、8 环或靶外, 因此由几何概型的求概率公式得

$$\begin{aligned} P(B) &= 0.4 + \frac{S - S_{10+9}}{S} \times (1 - 0.4) \\ &= 0.4 + \frac{40\pi - 20\pi}{40\pi} \times 0.6 \\ &= \frac{2}{5} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{17}{20}. \end{aligned}$$

所以这位同学投掷一次不到 9 环的概率为 $\frac{17}{20}$.

23. 解: (1) 因为间隔时间相同, 故是系统抽样.

(2) 茎叶图如下:

甲	乙
8 7 2	7 8
	6 8 2 8
2	9 2 5

(3) 因为 $\bar{x}_甲 = \frac{1}{5}(86 + 72 + 92 + 78 + 77) = 81$,

$\bar{x}_乙 = \frac{1}{5}(82 + 92 + 78 + 95 + 88) = 87$, 所以

$$S_甲^2 = \frac{1}{5}(5^2 + 9^2 + 11^2 + 3^2 + 4^2) = 50.4,$$

$$S_乙^2 = \frac{1}{5}(5^2 + 5^2 + 9^2 + 8^2 + 1^2) = 39.2.$$

而 $S_甲 > S_乙$, 所以乙车间产品较稳定.

24. 解: (1) 直线 l_1 的斜率 $k_1 = \frac{1}{2}$, 直线 l_2 的斜率 $k_2 = \frac{a}{b}$, 设事件 A 为“直线 $l_1 \cap l_2 = \emptyset$ ”.

$a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的总事件数为 $(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6), \dots, (5, 6), (6, 6)$ 共 36 种.

若 $l_1 \cap l_2 = \emptyset$, 则 $l_1 \parallel l_2$, 即 $k_1 = k_2$, 即 $b = 2a$. 满足条件的实数对 (a, b) 有 $(1, 2), (2, 4), (3, 6)$ 共三种情形.

所以 $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$. 答: 直线 $l_1 \cap l_2 = \emptyset$ 的概率为 $\frac{1}{12}$.

(2) 设事件 B 为“直线 l_1 与 l_2 的交点位于第一象限”, 由于直线 l_1 与 l_2 有交点, 则 $b \neq 2a$.

$$\text{联立方程组} \begin{cases} ax - by + 1 = 0, \\ x - 2y - 1 = 0. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x = \frac{b+2}{b-2a}, \\ y = \frac{a+1}{b-2a}. \end{cases}$$

因为直线 l_1 与 l_2 的交点位于第一象限, 则 $\begin{cases} x > 0, \\ y > 0. \end{cases}$

$$\text{即} \begin{cases} x = \frac{b+2}{b-2a} > 0, \\ y = \frac{a+1}{b-2a} > 0. \end{cases} \text{解得 } b > 2a.$$

$a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的总事件数为 $(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6), \dots, (5, 6), (6, 6)$ 共 36 种.

满足条件的实数对 (a, b) 有 $(1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)$ 共六种.

所以 $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

答: 直线 l_1 与 l_2 的交点位于第一象限的概率为 $\frac{1}{6}$.

吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	C	A	C	C	A
9	10	11	12	13	14	15	
A	C	D	A	D	B	D	

二、填空题

$$16. \frac{4}{3}$$

$$17. 3$$

18. 直角三角形

19. ②

三、解答题

20. 解: $\because a = (1, 1), b = (2, x)$,

$$\therefore a + b = (3, 1 + x), 4b - 2a = (6, 4x - 2),$$

由于 $a + b$ 与 $4b - 2a$ 平行,

$$\text{得 } 6(x + 1) - 3(4x - 2) = 0,$$

解得 $x = 2$.

$$21. \text{解: (1)} \because \tan \frac{\alpha}{2} = 2, \tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 - 2^2} = -\frac{4}{3},$$

$$\therefore \tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 - \frac{4}{3}}{1 + \frac{4}{3}} = -\frac{1}{7}.$$

$$(2) \frac{6 \sin \alpha + \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{6 \tan \alpha + 1}{3 \tan \alpha - 2}$$

$$= \frac{6 \times (-\frac{4}{3}) + 1}{3 \times (-\frac{4}{3}) - 2} = \frac{7}{6}.$$

$$22. \text{解: (1)} f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x + \cos \omega x = 2 \sin(\omega x + \frac{\pi}{6}),$$

$$\text{由题设知 } f(x) \text{ 的周期为 } T = \pi, \therefore \omega = \frac{2\pi}{\pi} = 2,$$

$$\therefore f(x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6}),$$

$$\text{由 } 2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2},$$

$$k\pi - \frac{\pi}{3} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore f(x) \text{ 的单调递增区间为 } [k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}], (k \in \mathbb{Z}).$$

$$(2) \because -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2},$$

$$\therefore -\frac{\pi}{6} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{7\pi}{6},$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq \sin(2x + \frac{\pi}{6}) \leq 1,$$

$$\therefore -1 \leq 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6}) \leq 2,$$

$$\therefore f(x) \text{ 在区间 } [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}] \text{ 上的最大值为 } 2, \text{ 最小值为 } -1.$$

$$23. \text{解: 由 } f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + \sin x = \cos 2x \cos \frac{\pi}{3} -$$

$$\sin 2x \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x,$$

$$\text{则 } f(\frac{C}{2}) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin C = -\frac{1}{4}, \text{ 所以 } \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

因为 C 为锐角, 所以 $C = \frac{\pi}{3}$,

又因为在 $\triangle ABC$ 中, $\cos B = \frac{1}{3}$, 所以 $\sin B = \frac{2\sqrt{2}}{3}$,

$$\text{所以 } \sin A = \sin(B + C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C =$$

$$\frac{2}{3} \sqrt{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}.$$

24. 解: (1) 由 $a \perp (b - 2c)$ 得

$$a \cdot (b - 2c) = a \cdot b - 2a \cdot c = 0,$$

$$\text{即 } 4 \sin(\alpha + \beta) - 8 \cos(\alpha + \beta) = 0, \tan(\alpha + \beta) = 2.$$

$$(2) b + c = (\sin \beta + \cos \beta, 4 \cos \beta - 4 \sin \beta),$$

$$|b + c|^2 = \sin^2 \beta + 2 \sin \beta \cos \beta + \cos^2 \beta + 16 \cos^2 \beta -$$

$$32 \cos \beta \sin \beta + 16 \sin^2 \beta$$

$$= 17 - 30 \sin \beta \cos \beta = 17 - 15 \sin 2\beta,$$

最大值为 32, 所以 $|b + c|$ 的最大值为 $4\sqrt{2}$.

吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	D	A	C	B	A	D
9	10	11	12	13	14	15	
D	D	B	B	C	A	A	

二、填空题

$$16. 120^\circ$$

$$17. 3\sqrt{3}k\pi$$

$$18. 10$$

$$19. \begin{cases} 2, & (n = 1) \\ -4n + 5, & (n \geq 2) \end{cases}$$

三、解答题

20. 解: (1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d .

$$\text{因为 } a_1 = -6, a_6 = 0, \text{ 所以 } \begin{cases} a_1 + 2d = -6, \\ a_1 + 5d = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } a_1 = -10, d = 2,$$

$$\text{所以 } a_n = -10 + (n - 1) \cdot 2 = 2n - 12.$$

(2) 设等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q ,

$$\text{因为 } b_1 = a_1 + a_2 + a_3 = -24, b_1 = -8,$$

$$\text{所以 } -8q = -24, \text{ 即 } q = 3,$$

所以 $\{b_n\}$ 的前 n 项和公式为

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q} = 4(1 - 3^n).$$

21. 解: 过 A 作垂线 AD 交 CB 于 D , 则在 $\text{Rt} \triangle ADB$ 中,

$$\angle ABD = \alpha, AB = \frac{h}{\sin \alpha},$$

$$\text{又在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle C = \beta, \angle BAC = \alpha - \beta,$$

$$\text{由正弦定理, 得 } \frac{BC}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{AB}{\sin \beta}, \text{ 即}$$

$$BC = \frac{AB \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin \beta} = \frac{h \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin \beta \cdot \sin \alpha} = \frac{100 \cdot \sin(60^\circ - 30^\circ)}{\sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ} = \frac{200\sqrt{3}}{3} (\text{米}).$$

22. 解: (1) 设行车所用时间为 $t = \frac{130}{x}$ 小时,

$$\text{则 } y = \frac{130}{x} \cdot 6 \cdot (2 + \frac{x^2}{360}) + \frac{18 \times 130}{x} \\ = 130 \cdot (\frac{30}{x} + \frac{6 \cdot x^2}{360x}) = 130 \cdot (\frac{30}{x} + \frac{x}{60}),$$

$x \in [40, 100]$.

(2) 由 (1) 可知

$$y = 130 \cdot (\frac{30}{x} + \frac{x}{60}) \geq 130 \times 2 \sqrt{\frac{30}{x} \times \frac{x}{60}},$$

$$\text{即 } y_{\min} = 130\sqrt{2},$$

当且仅当 $x = 30\sqrt{2} (\text{km/h})$ 时, 函数取最小值.

23. 解: (1) $a_n = a_{n-1} + n$,

$$a_{n-1} = a_{n-2} + n - 1, a_{n-2} = a_{n-3} + n - 2,$$

$\dots$,

$$a_2 = a_1 + 2, \text{ 易得 } a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

$$(2) \because \frac{1}{a_n} = \frac{1}{1 + 2 + 3 + \dots + n} = \frac{2}{n(n+1)}$$

$$= 2(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}),$$

$$\therefore S_n = 2(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = \frac{2n}{n+1}.$$

24. 解: (1) 由题意知 $2a_n = S_n + 1$,

$$\text{当 } n = 1 \text{ 时, } 2a_1 = a_1 + 1, \therefore a_1 = 1,$$

$$\text{当 } n \geq 2 \text{ 时, } S_n = 2a_n - 1, S_{n-1} = 2a_{n-1} - 1,$$

$$\text{两式相减得 } a_n = 2a_n - 2a_{n-1}, \text{ 整理得 } \frac{a_n}{a_{n-1}} = 2,$$

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项, 2 为公比的等比数列,

$$\therefore a_n = a_1 \cdot 2^{n-1} = 1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}.$$

$$(2) T_n = \frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \dots + \frac{n}{a_n},$$

$$T_n = 1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \dots + \frac{n-1}{2^{n-2}} + \frac{n}{2^{n-1}},$$

$$\frac{1}{2} T_n = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n-2}{2^{n-2}} + \frac{n-1}{2^{n-1}} + \frac{n}{2^n},$$

两式相减

$$\frac{1}{2} T_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{n}{2^n},$$

$$= \frac{1(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{2 + n}{2^n},$$

$$\therefore T_n = 4 - \frac{2 + n}{2^{n-1}} < 4,$$

$$\therefore \text{对于一切 } n \in \mathbb{N}^*, \text{ 有 } T_n < \frac{m-4}{3} \text{ 成立,}$$

$$\text{即只须 } \frac{m-4}{3} \geq 4, \text{ 即 } m \geq 16. \therefore m \text{ 的最小值为 } 16.$$

吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	C	C	C	A	B	C	A
9	10	11	12	13	14	15	
B	D	C	B	B	A	A	

二、填空题

$$16. 4$$

$$17. 24\pi \text{cm}^2$$

$$18. 30$$

$$19. x^2 + y^2 - 10y = 0$$

三、解答题

$$20. \text{解: 由题意有: } \begin{cases} a_1 = 162 = a_1 q^4 \\ S_4 = \frac{a_1(1 - q^4)}{1 - q} = \frac{a_1(1 - 3^4)}{1 - 3} = 242. \end{cases}$$

把 $q=3$ 代入, 解得: $\begin{cases} a_1=2, \\ n=5. \end{cases}$ 所求的值为 2, 5.

21. 证明: (1) $\because$ 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,
 O 为底面正方形 $ABCD$ 的中心, M 是线段 A_1B_1 的中点,
 $\therefore OM \parallel A_1D_1$, 而 $OM \perp$ 平面 ADD_1A_1 , $A_1D_1 \subset$ 平面 ADD_1A_1 ,
 $\therefore OM \perp$ 平面 ADD_1A_1 .

(2) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,

$AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$,

$BD \subset$ 平面 $ABCD$,

$\therefore BD \perp AA_1$.

在正方形 $ABCD$ 中,

$BD \perp AC$,

且 $AA_1 \cap AC = A$, $AC, AA_1 \subset$ 平面 AA_1C_1C ,

$\therefore BD \perp$ 平面 AA_1C_1C , 而 $BD \subset$ 平面 ABD ,

$\therefore$ 平面 $ABD \perp$ 平面 AA_1C_1C .

22. 解: m 值的所有可能是 1, 2, 3, 4, 5, 6,

n 值的所有可能是 1, 2, 3, 4, 5, 6,

点 $P(m, n)$ 的所有可能情况有 $6 \times 6 = 36$ 种,

且每一种出现的可能性相等, 本题属古典概型问题.

(1) 点 P 在圆 Q 上只有 $P(1, 4), P(4, 1)$ 两种情况,

根据古典概型公式, 点 P 在圆 Q 上的概率为

$$p_1 = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}.$$

(2) 点 P 在圆 Q 内的坐标是 (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2) 共有 8 点, 所以点 P 在圆 Q 外部的概率为 $p_2 = 1 - \frac{2+8}{36} = \frac{13}{18}$.

23. 解: (1) $\because f(x) = (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x - 6 (0 \leq x \leq 3)$,

令 $t = 2^x, \therefore 0 \leq x \leq 3, \therefore 1 \leq t \leq 8$,

所以有 $h(t) = t^2 - 5t - 6 = (t - \frac{5}{2})^2 - \frac{49}{4} (1 \leq t \leq 8)$,

所以当 $t \in [1, \frac{5}{2}]$ 时, $h(t)$ 是减函数; 当 $t \in (\frac{5}{2}, 8]$ 时,

$h(t)$ 是增函数;

$$\therefore f(x)_{\min} = h(\frac{5}{2}) = -\frac{49}{4}, f(x)_{\max} = h(8) = 18.$$

(2) $\because f(x) - a \geq 0$ 恒成立, 即 $a \leq f(x)$ 恒成立, 所以:

$$a \leq f(x)_{\min} = -\frac{49}{4}.$$

24. 解: (1) 由圆方程配方得 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$,

圆心为 $C(-1, 3)$, 半径为 $r=3$,

若 l 与 C 相切, 则得 $\frac{|-1+3m-3|}{\sqrt{1+m^2}} = 3$,

$$\therefore (3m-4)^2 = 9(1+m^2), \therefore m = \frac{7}{24}.$$

(2) 假设存在 m 满足题意.

$$|x^2 + y^2 + 2x - 6y + 1| = 0,$$

$$\text{由 } \begin{cases} x = 3 - my, \\ \text{消去 } x \text{ 得} \end{cases}$$

$$(m^2 + 1)y^2 - (8m + 6)y + 16 = 0,$$

$$\text{由 } \Delta = (8m + 6)^2 - 4(m^2 + 1) \cdot 16 > 0, \text{ 得 } m > \frac{7}{24}.$$

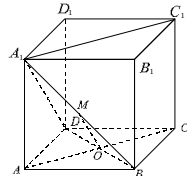
设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\text{则 } y_1 + y_2 = \frac{8m + 6}{m^2 + 1}, y_1 y_2 = \frac{16}{m^2 + 1}.$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = x_1 x_2 + y_1 y_2$$

$$= (3 - my_1)(3 - my_2) + y_1 y_2$$

$$= 9 - 3m(y_1 + y_2) + (m^2 + 1)y_1 y_2$$



一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	C	C	B	A	C	B
9	10	11	12	13	14	15	
C	C	B	B	A	D	C	

二、填空题

16. 3, 9, 18

$$17. \frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

18. 16

$$19. (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$$

三、解答题

20. 解: $\because \tan \alpha \cdot \frac{1}{\tan \alpha} = k^2 - 3 = 1, \therefore k = \pm 2$,

而 $3\pi < \alpha < \frac{7}{2}\pi$, 则 $\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = k = 2$,

得 $\tan \alpha = 1$, 则 $\sin \alpha = \cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\therefore \cos \alpha + \sin \alpha = -\sqrt{2}.$$

21. 证明: 在正方形 DCC_1D_1 中, $\because E, F$ 分别为 DC, CC_1 的中点, $\therefore DF \perp DE$.

又 $AD \perp$ 平面 $DCC_1D_1, DE \subset$ 平面 DCC_1D_1 ,

$\therefore AD \perp DE$, 又 $AD \cap DF = D, \therefore DE \perp$ 平面 ADF .

22. 解: (1) 每次抽到红球的概率为 $\frac{1}{2}, P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

(2) 每次抽到红球或黄球的概率为 $P = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$.

(3) 颜色不全相同是全相同的对立, $P = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

23. 解: (1) 由 $\begin{cases} a_1 + 2d = 11, \\ 9a_1 + \frac{1}{2} \times 9 \times 8 \times d = 153, \end{cases}$ 得: $\begin{cases} a_1 = 5, \\ d = 3. \end{cases}$

$a_n = 3n + 2$.

(2) 由 $a_n = \log_2 b_n$ 得, $b_n = 2^{a_n} = 2^{3n+2}$,

$\therefore \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{2^{3n+2}}{2^{3(n-1)+2}} = 8$, 即 $\{b_n\}$ 是首项为 32, 公比为 8 的等比数列.

24. 证明: (1) 设 $x_1 > x_2$, 则 $x_1 - x_2 > 0$,

而 $f(a+b) = f(a) + f(b)$,

$$\therefore f(x_1) = f(x_1 - x_2 + x_2) = f(x_1 - x_2) + f(x_2) < f(x_2),$$

$\therefore$ 函数 $y = f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数.

(2) 由 $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 得 $f(x-x) = f(x) + f(-x)$

$$\text{即 } f(x) + f(-x) = f(0), \text{ 而 } f(0) = 0$$

$$\therefore f(-x) = -f(x), \text{ 即函数 } y = f(x) \text{ 是奇函数.}$$

吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	B	C	D	B	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
A	B	D	B	D	B	B	

二、填空题

16. 0.03, 3

$$17. \frac{13\pi}{3}$$

$$18. 2x - 3 = 0 \text{ 或 } 6x + 8y - 17 = 0$$

19. ①②

三、解答题

20. 解: (1) 根据条件 $a+b=\sqrt{2}, a+b+c=\sqrt{2}+1$,

则 $a+b=\sqrt{2}, c=1$.

(2) 因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{6} \sin C$, 所以 $ab = \frac{1}{3}$,

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2},$$

因此 $C = 60^\circ$.

21. 解: (1) 一共有 8 种不同的结果, 列举如下:

(白、白、白), (白、白、黑), (白、黑、白), (黑、白、白),

(白、黑、黑), (黑、白、黑), (黑、黑、白), (黑、黑、黑).

(2) 记“3 次摸球所得总分大于 4 分”为事件 A , 事件 A

包含的基本事件为:

(白、黑、黑), (黑、白、黑), (黑、黑、白), (黑、黑、黑),

事件 A 包含的基本事件数为 4, 由 (1) 可知, 基本事件

总数为 8,

所以事件 A 的概率为 $P(A) = \frac{1}{2}$.

22. 解: (1) 证明: 设 BD 交 AC 于 O , 连结 D_1O .

$$\because DF = \frac{1}{4}BD = \frac{1}{2}DO,$$

$$\text{又 } DE = \frac{1}{2}DD_1,$$

$$\therefore EF \parallel D_1O, \therefore EF \parallel \text{平面 } D_1AC.$$

(2) 四棱锥 D_1-ABCD 的侧面积 $S = 8 + 4\sqrt{5}$.

23. 解: (1) $\because a_1 = 1, S_5 = 7, \therefore S_5 = a_1 + a_2 + a_3 = 7$,

$$\therefore a_1 + a_2 q + a_2 q^2 = 7, \therefore 1 + q + q^2 = 7,$$

$$\therefore q > 0, \therefore q = 2, \therefore a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{n-1}.$$

$$(2) \because a_n = 4^{n-1},$$

$$\therefore T_n = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = \frac{1-4^n}{1-4} = \frac{1}{3}(4^n - 1).$$

24. 解: 设点 M 的坐标是 (x, y) , 点 A 的坐标是 (x_0, y_0) .

由于点 B 的坐标是 $(4, 3)$, 且点 M 是线段 AB 的中点,

$$\text{所以 } x = \frac{x_0 + 4}{2}, y = \frac{y_0 + 3}{2},$$

于是有 $x_0 = 2x - 4, y_0 = 2y - 3$. ①

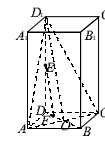
因为点 A 在圆 $(x+1)^2 + y^2 = 4$ 上运动, 所以点 A 的

坐标满足方程 $(x+1)^2 + y^2 = 4$,

$$\text{即 } (x_0 + 1)^2 + y_0^2 = 4. \text{ ② 把 ① 代入 ②,}$$

$$\text{得 } (2x - 4 + 1)^2 + (2y - 3)^2 = 4,$$

$$\text{整理得 } (x - \frac{3}{2})^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = 1.$$



所以, 点 M 的轨迹是以 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ 为圆心, 半径长是 1 的圆.

吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	B	D	A	A	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
A	D	C	D	A	B	B	

二、填空题

$$16. \sqrt{3}a^2$$

17. 圆柱, 圆锥, 圆台

18. 5050

19. 26, 36

三、解答题

20. 解: 由 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \alpha$ 是第四象限角, 得

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - (-\frac{3}{5})^2} = \frac{4}{5}.$$

$$\text{所以 } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}, \text{ 于是有}$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha = \frac{7\sqrt{2}}{10};$$

$$\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha = \frac{7\sqrt{2}}{10};$$

$$\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} = -7.$$

21. 解: 根据 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$ 与 $S_{n-1} = a_1 +$

$a_2 + \dots + a_{n-1} (n > 1)$ 可知,

$$\text{当 } n > 1 \text{ 时, } a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 + \frac{1}{2}n - [(n-1)^2 +$$

$$\frac{1}{2}(n-1)] = 2n - \frac{1}{2}. \text{ ①}$$

当 $n = 1$ 时, $a_1 = S_1 = 1^2 + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$, 也满足 ①式.

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - \frac{1}{2}$.

由此可知, 数列 $\{a_n\}$ 是一个首项为 $\frac{3}{2}$, 公差为 2 的等差

数列.

22. 证明: 因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体,

所以 $D_1C_1 \parallel AB_1, D_1C_1 = AB_1$.

又 $AB \parallel A_1B_1, AB = A_1B_1$, 所以 $D_1C_1 \parallel AB, D_1C_1 = AB$.

所以 D_1C_1BA 为平行四边形. 所以 $DA \parallel C_1B$.

又 $DA \perp$ 平面 $C_1BD, C_1B \subset$ 平面 C_1BD ,

由直线与平面平行的判定定理得 $DA \parallel$ 平面 C_1BD ,

同理 $D_1B_1 \parallel$ 平面 C_1BD , 又 $DA \cap D_1B_1 = D_1$,

所以, 平面 $ABD_1 \parallel$ 平面 C_1BD .

23. 解: 因为 $A(1, 1), B(2, -2)$, 所以线段 AB 的中点 D 的

$$\text{坐标为 } (\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}),$$

$$\text{直线 } AB \text{ 的斜率 } k_{AB} = \frac{-2-1}{2-1} = -3,$$

因此线段 AB 的垂直平分线 l 的方程是

$$y + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}(x - \frac{3}{2}), \text{ 即 } x - 3y - 3 = 0.$$

圆心 C 的坐标是方程组 $\begin{cases} x - 3y - 3 = 0, \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$ 的解.

解此方程组,

$$\begin{cases} x = -3, \\ y = -2. \end{cases}$$

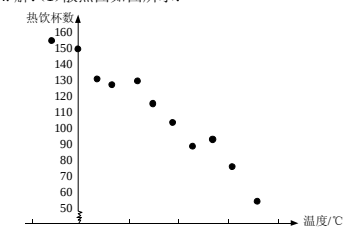
所以圆心 C 的坐标是 $(-3, -2)$.

$$\begin{aligned} \text{圆心为 } C \text{ 的圆的半径长} \\ r = |AC| \\ = \sqrt{(1+3)^2 + (1+2)^2} \\ = 5. \end{aligned}$$

所以, 圆心为 C 的圆的标准方程是

$$(x+3)^2 + (y+2)^2 = 25.$$

24. 解: (1) 散点图如图所示:



(2) 从图看到, 各点散布在从左上角到右下角的区域内, 因此, 气温与热饮销售杯数之间成负相关, 即气温越高, 卖出去的热饮杯数越少.

(3) 从散点图可以看出, 这些点大致分布在一条直线的附近, 因此, 可用最小二乘法公式求出回归方程的系数. 利用计算器容易求得回归方程

$$\hat{y} = -2.352x + 147.767.$$

(4) 当 $x = 2$ 时, $\hat{y} = 143.063$. 因此, 某天的气温为 2°C 时, 这天大约可以卖出 143 杯热饮.

吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	B	B	A	D	D
9	10	11	12	13	14	15	
B	B	D	B	D	A	D	

二、填空题

16. 三棱柱, 四棱柱, 六棱台

17. 51, 1011001

18. 用辗转相除法求两个正整数的最大公约数

$$19. \frac{1}{9}$$

三、解答题

20. 解: 在 $\triangle ABC$ 中, 由 $\cos A = \frac{4}{5}, 0 < A < \pi$,

$$\text{得 } \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{所以 } \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3}{4}, \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A} = \frac{24}{7}.$$

$$\text{又 } \tan B = 2, \text{ 所以 } \tan 2B = \frac{2 \tan B}{1 - \tan^2 B} = -\frac{4}{3}.$$

$$\text{于是 } \tan(2A + 2B) = \frac{\tan 2A + \tan 2B}{1 - \tan 2A \tan 2B} = \frac{44}{117}.$$

21. 解: 根据题意, 每年销售量比上一年增加的百分率相同.

所以, 从今年起, 每年的销售量组成一个等比数列 $\{a_n\}$, 其中 $a_1 = 5000, q = 1 + 10\% = 1.1, S_n = 30000$.

$$\text{于是得到 } \frac{5000(1 - 1.1^n)}{1 - 1.1} = 30000. \text{ 整理得 } 1.1^n = 1.6.$$

两边取对数得 $n \lg 1.1 = \lg 1.6$. 用计算器算得

$$n = \frac{\lg 1.6}{\lg 1.1} \approx \frac{0.20}{0.041} \approx 5 (\text{年}).$$

答: 大约 5 年可以使总销量达到 30000 台.

22. 证明: 设 $\odot O$ 所在平面为 α .

由已知条件, $PA \perp \alpha, BC$ 在 α 内, 所以 $PA \perp BC$.

因为点 C 是圆周上不同于 A, B 的任意一点, AB 是 $\odot O$ 的直径,

所以, $\angle BCA$ 是直角,

即 $BC \perp AC$.

又因为 PA 与 AC 是 $\triangle PAC$ 所在平面内的两条相交直线,

所以, $BC \perp$ 平面 PAC .

又因为 BC 在平面 PBC 内, 所以, 平面 $PAC \perp$ 平面 PBC .

23. 解: 将圆的方程写成标准形式, 得 $x^2 + (y+2)^2 = 25$,

所以, 圆心的坐标是 $(0, -2)$, 半径长 $r = 5$.

如图, 因为直线 l 被圆所截得的弦长是 $4\sqrt{5}$,

$$\text{所以弦心距为 } \sqrt{5^2 - \left(\frac{4\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \sqrt{5},$$

即圆心到所求直线 l 的距离为 $\sqrt{5}$.

因为直线 l 过点 $M(-3, -3)$, 所以可设所求直线 l 的

$$\text{方程为 } y + 3 = k(x + 3),$$

$$\text{即 } kx - y + 3k - 3 = 0.$$

根据点到直线的距离公式,

得到圆心到直线 l 的距离

$$d = \frac{|2 + 3k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}}.$$

$$\text{因此, } \frac{|2 + 3k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \sqrt{5}.$$

$$\text{即 } |3k - 1| = \sqrt{5 + 5k^2},$$

两边平方, 并整理得到 $2k^2 - 3k - 2 = 0$.

$$\text{解得 } k = -\frac{1}{2}, \text{ 或 } k = 2.$$

所以, 所求直线 l 有两条, 它们的方程分别为

$$y + 3 = -\frac{1}{2}(x + 3), \text{ 或 } y + 3 = 2(x + 3).$$

$$\text{即 } x + 2y + 9 = 0, \text{ 或 } 2x - y + 3 = 0.$$

24. 解: 设 x_1, x_2 是区间 $[2, 6]$ 上的任意两个实数, 且 $x_1 < x_2$, 则

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{2}{x_1 - 1} - \frac{2}{x_2 - 1} = \frac{2(x_2 - x_1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}.$$

由 $2 \leq x_1 < x_2 \leq 6$, 得 $x_2 - x_1 > 0, (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0$.

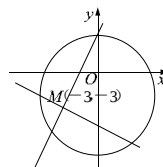
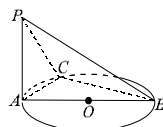
于是 $f(x_1) - f(x_2) > 0$, 即 $f(x_1) > f(x_2)$.

所以函数 $f(x) = \frac{2}{x-1}$ 是区间 $[2, 6]$ 上的减函数.

因此, 函数 $f(x) = \frac{2}{x-1}$ 在区间 $[2, 6]$ 的两个端点上分别

取得最大值与最小值,

即在 $x = 2$ 时取得最大值, 最大值是 2, 在 $x = 6$ 时取得最小值, 最小值是 0.4.



吉林省 2011 ~ 2012 学年度高中必修课程复习与检测 · 数学

责任编辑: 叶 亮 吴冠宇

封面设计: 庄宝仁

版式设计: 长春大图视听文化文化传播有限公司

出版发行: 长春出版社

业务电话: 0431-88563443

发行电话: 0431-88561180

编辑部电话: 0431-88527127

地 址: 长春市建设街 1377 号

邮 编: 130061

网 址: www.cccbs.net

印 刷: 长春方圆印业有限公司

经 销: 新华书店

开 本: 787×1092 毫米 8 开

字 数: 123 千字

印 张: 5

版 次: 2012 年 4 月第 3 版

印 次: 2012 年 4 月第 3 次印刷

定 价: 6.50 元

版权所有 盗版必究

如有印装质量问题, 请与印厂联系调换。 联系电话: 0431-87972223