吉林省 2012 ~ 2013 学年度高中必修课程复习与检测

参考答案

数学必修 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	A	B	A	C	B	C
9	10	11	12	13	14	15	
C	B	C	C	D	A	D	

二、填空题

16. 0

17. $(-1,1)\cup(1,4]$

18. $0;f(x)=-x^2+x+1$

19. $c>a>b$

三、解答题

20. 解：(1)由题意得

$\begin{cases}x+3>0\\1-x>0\end{cases}$，$-3<x<1$，即定义域 $A=(-3,1)$.

(2)$\because B=[-2,2]$，$U=\mathbf{R}$，

$\therefore \complement_U B=(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$，

$\therefore A\cap\complement_U B=(-3,-2)$.

21. 证明：设 x_1,x_2 是 $(0,+\infty)$ 上任意两个数且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=2^{x_1}+2^{-x_1}-2^{x_2}-2^{-x_2}$

$=2^{x_1}-2^{x_2}+\dfrac{2^{x_2}-2^{x_1}}{2^{x_1}2^{x_2}}=(2^{x_1}-2^{x_2})(1-\dfrac{1}{2^{x_1}2^{x_2}})$，

$\because 0<x_1<x_2$，$y=2^x$ 是增函数，

$\therefore 2^{x_2}>2^{x_1}>1$，

$\therefore 2^{x_1}-2^{x_2}<0$，$1-\dfrac{1}{2^{x_1}2^{x_2}}>0$，

$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$.

$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是单调增函数.

22. 解：(1)设 $f(x)=ax^2+bx+c$，由 $f(0)=1$ 得 $c=1$，

故 $f(x)=ax^2+bx+1$，

$\because f(x+1)-f(x)=2x$，

$\therefore a(x+1)^2+b(x+1)+1-(ax^2+bx+1)=2x$，

即 $2ax+a+b=2x$，所以 $\begin{cases}2a=2\\a+b=0\end{cases}$，$\therefore\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$，

$\therefore f(x)=x^2-x+1$.

(2)由题意得 $x^2-x+1>2x+m$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，

即 $x^2-3x+1-m>0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，

$\triangle=9-4(1-m)<0$，解得 $m<-\dfrac{5}{4}$.

23. 解：(1)设年产量为 x(百台)，则生产的总成本为 $0.5+0.25x$，

当 $0\leqslant x\leqslant 5$ 时，利润为 $y=5x-\dfrac{x^2}{2}-(0.5+0.25x)=-0.5x^2+4.75x-0.5$，

当 $x>5$ 时，利润为 $y=(5\times5-\dfrac{5^2}{2})-(0.5+0.25x)=12-0.25x$，

$\therefore$ 利润函数为 $y=\begin{cases}-0.5x^2+4.75x-0.5, & 0\leqslant x\leqslant5\\12-0.25x, & x>5\end{cases}$.

(2)当 $0\leqslant x\leqslant 5$ 时，$y=-0.5x^2+4.75x-0.5$，

当 $x=4.75$ 时，$y_{\max}=10.78125$ 万元，$\therefore$ 生产 475 台时利润最大.

24. 解：(1)$a=-1$，$f(x)=x^2-2x+2$，对称轴 $x=1$，

$\therefore f(x)_{\min}=f(1)=1$，$f(x)_{\max}=f(-5)=37$，

$\therefore f(x)_{\max}=37$，$f(x)_{\min}=1$.

(2)对称轴 $x=-a$，当 $-a\leqslant-5$ 或 $-a\geqslant5$ 时，$f(x)$ 在 $[-5,5]$ 上单调，

$\therefore a\geqslant5$ 或 $a\leqslant-5$.

数学必修 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	C	C	D	B	B	D	C
9	10	11	12	13	14	15	
D	C	D	A	A	B	B	

二、填空题

16. $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}\pi$

17. $30°$

18. $\sqrt{6}$

19. $(x-2)^2+(y+3)^2=5$

三、解答题

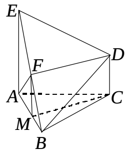
20. 解：由 $\begin{cases}3x+4y+12=0,\\4x-3y+16=0\end{cases}$ 解得交点 $B(-4,0)$，

$\because BD\perp AC$，$\therefore k_{BD}=-\dfrac{1}{k_{AC}}=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore AC$ 边上的高线 BD 的方程为 $y=\dfrac{1}{2}(x+4)$，

即 $x-2y+4=0$.

21. 解：(1)取 AB 中点为 M，连结 FM，MC，



$\because F$、M 分别是 BE、BA 的中点，

$\therefore FM/\!/EA$，$FM=\dfrac{1}{2}EA$，

$\because EA$、CD 都垂直于平面 ABC，

$\therefore CD/\!/EA$，

$\therefore CD/\!/FM$，又 $DC=a$，

$\therefore FM=DC$.

$\therefore$ 四边形 $FMCD$ 是平行四边形，

$\therefore FD/\!/MC$，$FD/\!/$ 平面 ABC.

(2)因 M 是 AB 的中点，$\triangle ABC$ 是正三角形，

所以 $CM\perp AB$，

又 $CM\perp AE$，所以 $CM\perp$ 平面 EAB，$CM\perp AF$，$FD\perp AF$，

因 F 是 BE 的中点，$EA=AB$，所以 $AF\perp EB$. 得证.

22. 解：(1)已知圆 C：$(x-1)^2+y^2=9$ 的圆心为 $C(1,0)$，

因直线 l 过点 P、C，所以直线 l 的斜率为 2，直线 l 的方程为 $y=2(x-1)$.

(2)当弦 AB 被点 P 平分时，$l\perp PC$，直线 l 的方程为

$y-2=-\dfrac{1}{2}(x-2)$，即 $x+2y-6=0$.

(3)当直线 l 的倾斜角为 45°时，斜率为 1，直线 l 的方程为 $y-2=x-2$，即 $x-y=0$，

圆心 C 到直线 l 的距离为 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，圆的半径为 3，弦 AB 的长为 $\sqrt{34}$.

23. 解：(1)若此方程表示圆，则有 $(-2)^2+(-4)^2-4m>0$，解得 $m<5$，即当 $m<5$ 时，此方程表示圆.

(2)圆的方程化为 $(x-1)^2+(y-2)^2=5-m$，则圆心 $C(1,2)$，半径 $r=\sqrt{5-m}$，则圆心 $C(1,2)$ 到直线 l 的距离 $d=\dfrac{|1+2\times2-4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，

又 $r^2=d^2+(\dfrac{1}{2}|MN|)^2$，$\therefore 5-m=(\dfrac{\sqrt{5}}{5})^2+(\dfrac{2\sqrt{5}}{5})^2$，

解得：$m=4$.

24. 解：由已知可得该几何体是一个底面为矩形，高为 4，顶点在底面的射影是矩形中心的四棱锥 $V-ABCD$；

(1)$V=\dfrac{1}{3}\times(8\times6)\times4=64$.

(2)该四棱锥有两个侧面 VAD、VBC 是全等的等腰三角形，且 BC 边上的高为 $h_1=\sqrt{4^2+(\dfrac{8}{2})^2}=4\sqrt{2}$，

另两个侧面 VAB、VCD 也是全等的等腰三角形，AB 边上的高为 $h_2=\sqrt{4^2+(\dfrac{6}{2})^2}=5$

因此 $S=2(\dfrac{1}{2}\times6\times4\sqrt{2}+\dfrac{1}{2}\times8\times5)=40+24\sqrt{2}$.

数学必修 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	C	C	A	B	C	B
9	10	11	12	13	14	15	
D	A	A	B	B	B	D	

二、填空题

16. $\dfrac{1}{18}$

17. $3a+2$

18. $\dfrac{1}{5}$

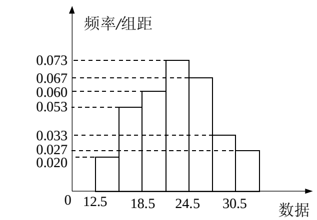
19. 0.004

三、解答题

20. 解：(1)样本的频率分布表

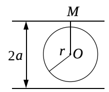
分组	频数	频率	$f_i/\Delta x$
[12.5，15.5)	6	0.06	0.020
[15.5，18.5)	16	0.16	0.053
[18.5，21.5)	18	0.18	0.060
[21.5，24.5)	22	0.22	0.073
[24.5，27.5)	20	0.20	0.067
[27.5，30.5)	10	0.10	0.033
[30.5，33.5)	8	0.08	0.027

(2)频率分布直方图



(3)数据大于等于 30.5 的频率是 0.08，小于 30.5 的频率是 0.92，所以数据小于 30.5 的概率约为 0.92.

21. 解：把"硬币不与任何一条平行线相碰"的事件记为事件 A，为了确定硬币的位置，由硬币中心 O 向靠得最近的平行线引垂线 OM，垂足为 M，如图所示，这样线段 OM 长度(记作 OM)的取值范围就是 $[0,a]$，



只有当 $r<OM\leqslant a$ 时硬币不与平行线相碰，所以所求事件 A 的概率就是 $\dfrac{a-r}{a}$.

22. 解：可以认为人在任何时刻到站是等可能的，设上一班车离站时刻为 a，则该人到站的时刻的一切可能为 $\Omega=(a,a+5)$，若在该车站等车时间少于 3 分钟，则到站的时刻为 $g=(a+2,a+5)$，$P(A)=\dfrac{g\text{ 的长度}}{\Omega\text{的长度}}=\dfrac{3}{5}$.

23. 解：(1)设红球为 1，两个白球分别为 2，3，

列举所有等可能的结果：(1，1)，(1，2)，(1，3)，(2，2)，(2，1)，(2，3)，(3，3)，(3，1)，(3，2)共 9 种；

取出的 2 个球都是白球有 4 种，

故取出的 2 个球都是白球的概率为 $\dfrac{4}{9}$.

(2)取出的 2 个球中至少有 1 个白球有 8 种，

故取出的 2 个球中至少有 1 个白球的概率为 $\dfrac{8}{9}$.

24. 解：$\bar{x}_{甲}=\dfrac{1}{5}(60+80+70+90+70)=74$，

$\bar{x}_{乙}=\dfrac{1}{5}(80+60+70+80+75)=73$；

$s_{甲}^2=\dfrac{1}{5}(14^2+6^2+4^2+16^2+4^2)=104$，

$s_{乙}^2=\dfrac{1}{5}(7^2+13^2+3^2+7^2+2^2)=56$.

$\because \bar{x}_{甲}>\bar{x}_{乙}$，$s_{甲}^2>s_{乙}^2$.

$\therefore$ 甲的平均成绩较好，乙的各门功课发展较平衡.

数学必修 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	B	A	C	A	C	C
9	10	11	12	13	14	15	
B	C	D	C	C	C	B	

二、填空题

16. $(-3,-2)$

17. $(\dfrac{4}{5},-\dfrac{3}{5})$

18. $-\frac{59}{72}$

19. 1

三、解答题

20. 解：原式$=\frac{\sin(180°-x)}{\tan(-x)}\cdot\frac{1}{\tan(90°-x)\tan(90°-x)}\cdot\frac{\cos x}{\sin(-x)}$

$=\frac{\sin x}{-\tan x}\cdot\tan x\cdot\tan x\cdot(-\frac{1}{\tan x})=\sin x$.

21. 解：$\because \tan\alpha\cdot\frac{1}{\tan\alpha}=k^2-3=1$,

$\therefore k=\pm 2$，而 $3\pi<\alpha<\frac{7}{2}\pi$,

则 $\tan\alpha+\frac{1}{\tan\alpha}=k=2$,

得 $\tan\alpha=1$，则 $\sin\alpha=\cos\alpha=-\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \cos\alpha+\sin\alpha=-\sqrt{2}$.

22. 解：$\because \frac{\pi}{2}<\beta<\alpha<\frac{3\pi}{4}$,

$\therefore 0<\alpha-\beta<\frac{\pi}{4}$，$\pi<\alpha+\beta<\frac{3\pi}{2}$,

$\therefore \sin(\alpha-\beta)=\frac{5}{13}$，$\cos(\alpha+\beta)=-\frac{4}{5}$,

$\therefore \sin 2\alpha=\sin[(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)]$

$=\sin(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$

$=-\frac{3}{5}\times\frac{12}{13}+(-\frac{4}{5})\times\frac{5}{13}=-\frac{56}{65}$.

23. 解：$ka+b=k(1,2)+(-3,2)=(k-3,2k+2)$,

$a-3b=(1,2)-3(-3,2)=(10,-4)$.

(1)$(ka+b)\perp(a-3b)$,

得$(ka+b)(a-3b)=10(k-3)-4(2k+2)$

$=2k-38=0$，$k=19$.

(2)$(ka+b)/\!/(a-3b)$，得$-4(k-3)=10(2k+2)$,

$k=-\frac{1}{3}$.

此时 $ka+b=(-\frac{10}{3},\frac{4}{3})=-\frac{1}{3}(10,-4)$，所以方向相反.

24. 解：由 $a=(\sqrt{3},-1)$，$b=(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$得 $ab=0$，$|a|=2$，$|b|=1$,

$[a+(t^2-3)b](-ka+tb)=0$,

$-ka^2+tab-k(t^2-3)ab+t(t^2-3)b^2=0$,

$-4k+t^3-3t=0$,

$k=\frac{1}{4}(t^3-3t)$,

$f(t)=\frac{1}{4}(t^3-3t)$.

数学必修 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	C	D	D	B	C	B
9	10	11	12	13	14	15	
B	C	B	C	C	B	B	

二、填空题

16. 120°

17. 2

18. $\frac{65}{12}$

19. 3

三、解答题

20. 解：$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}$，$bc=4$,

$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，$b+c=5$，而 $c>b$,

所以 $b=1$，$c=4$.

21. 解：设四数为 $a-3d$，$a-d$，$a+d$，$a+3d$,

则 $4a=26$，$a^2-d^2=40$,

即 $a=\frac{13}{2}$，$d=\frac{3}{2}$或$-\frac{3}{2}$,

当 $d=\frac{3}{2}$时，四数为 2，5，8，11,

当 $d=-\frac{3}{2}$时，四数为 11，8，5，2.

22. 解：显然 $q\neq 1$，若 $q=1$，则 $S_3+S_6=9a_1$,

而 $2S_9=18a_1$，与 $S_3+S_6=2S_9$ 矛盾,

由 $S_3+S_6=2S_9\Longrightarrow\frac{a_1(1-q^3)}{1-q}+\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}=\frac{2a_1(1-q^9)}{1-q}$,

$2q^9-q^6-q^3=0$，$2(q^3)^2-q^3-1=0$，得 $q^3=-\frac{1}{2}$,

或 $q^3=1$,

而 $q\neq 1$，$\therefore q=-\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$.

23. 解：$S_n=\begin{cases}\frac{n}{2}\times(-4), & n\text{ 为偶数}\\ \frac{n-1}{2}\times(-4)+4n-3, & n\text{ 为奇数}\end{cases}$,

$S_n=\begin{cases}-2n, & n\text{ 为偶数}\\ 2n-1, & n\text{ 为奇数}\end{cases}$,

$S_{15}=29$，$S_{22}=-44$，$S_{31}=61$，$S_{15}+S_{22}-S_{31}=-76$.

24. 解：由已知 $x+2y+xy=30$，得 $x+2y=30-xy$,

$\because x$、y 都是正数,

$\therefore 30-xy=x+2y\geqslant 2\sqrt{x\cdot 2y}$,

即 $xy+2\sqrt{2}\sqrt{xy}-30\leqslant 0$

$\therefore(\sqrt{xy}-3\sqrt{2})(\sqrt{xy}+5\sqrt{2})\leqslant 0$,

$\therefore\sqrt{xy}\leqslant 3\sqrt{2}$,

$\therefore xy\leqslant 18$,

$\therefore xy$ 的最大值为 18，此时 $x=6$，$y=3$.

数学综合 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	C	C	D	C	D
9	10	11	12	13	14	15	
B	A	A	B	A	D	B	

二、填空题

16. $>$

17. 81

18. 0.15

19. 3

三、解答题

20. 解：(1)$\because A$ 是锐角，$\therefore\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\frac{1}{2}$,

$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\sqrt{3}$.

(2)由余弦定理，得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

$=9+4-2\times3\times2\times\frac{1}{2}=7$，$\therefore a=\sqrt{7}$.

21. 解：(1)$\because\{a_n\}$是等比数列，设公比为 q，$\therefore a_4=a_1q^3$,

$\therefore 8=q^3$，$\therefore q=2$.

$\therefore a_n=2^{n-1}$.

(2)$\because q=2$，$\therefore S_6=\frac{1-2^6}{1-2}=63$.

22. 解：(1) 证明：$\because SA\perp$平面 $ABCD$，$AB\subset$平面 $ABCD$，$AB\perp SA$.

又四边形 $ABCD$ 为正方形，$AB\perp AD$,

$\therefore AB\perp$平面 SAD.

(2)$\because AB/\!/CD$,

$\therefore\angle SCD$ 为异面直线 AB 与 SC 所成的角,

$\because AB\perp$平面 SAD，$CD/\!/AB$，$\therefore CD\perp$平面 SAD,

$\therefore CD\perp SD$，$\therefore\angle SDC=90°$.

在 Rt$\triangle SDC$ 中，$CD=AB=1$，$SD=\sqrt{3}$,

$\therefore\tan\angle SCD=\sqrt{3}$，$\therefore\angle SCD=60°$.

$\therefore$异面直线 AB 与 SC 所成的角为 60°.

23. 解：(1)当 $k=3$ 时，直线 l 的方程为 $y=3x+1$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$,

由$\begin{cases}y=3x+1,\\ x^2+y^2-2x-4y+1=0,\end{cases}$ 得 $5x^2-4x-1=0$.

解得 $x_1=1$，$x_2=-\frac{1}{5}$.

代入 $y=3x+1$，得 $y_1=4$，$y_2=\frac{2}{5}$.

$\therefore A(1,4)$，$B(-\frac{1}{5},\frac{2}{5})$,

$\therefore|AB|=\sqrt{(1+\frac{1}{5})^2+(4-\frac{2}{5})^2}=\frac{6\sqrt{10}}{5}$.

(2)由$\begin{cases}y=kx+1,\\ x^2+y^2-2x-4y+1=0,\end{cases}$

得$(1+k^2)x^2-2(k+1)x-2=0$.

$\because$判别式$\Delta=4(k+1)^2+8(1+k^2)>0$,

$\therefore$方程组有两组不同的解,

$\therefore$直线 l 恒与圆 C 相交.

24. 解：(1)$\because a\geqslant b>c$，$\therefore 3c<a+b+c<3a$.

又 $a+b+c=0$，$\therefore a>0$，$c<0$.

令 $ax^2+2bx+c=0$,

判别式$\Delta=4b^2-4ac=4(-a-c)^2-4ac$

$=4(a^2+c^2+ac)=4[(a+\frac{c}{2})^2+\frac{3}{4}c^2]$.

$\because a>0$，$c<0$，$\therefore\Delta>0$,

$\therefore$方程 $ax^2+2bx+c=0$ 有两个不等实根,

即函数 $f(x)$有两个零点.

(2)函数$f(x)$图象的对称轴为$x=-\frac{b}{a}=\frac{a+c}{a}=1+\frac{c}{a}$,

$\because a>0$，$c<0$，$\therefore 1+\frac{c}{a}<1$,

$\therefore f(x)$在区间$[1,+\infty)$上是增函数,

$\therefore f(x)$在$[1,3]$上的最小值为 $f(1)$，最大值为 $f(3)$.

综上，得$\begin{cases}a+b+c=0,\\ a+2b+c=1,\\ 9a+6b+c=13.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=1,\\ b=1,\\ c=-2.\end{cases}$

数学综合 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	D	A	C	C	D	D
9	10	11	12	13	14	15	
C	B	B	C	D	C	D	

二、填空题

16. $>$

17. 1

18. 20

19. 3

三、解答题

20. 解：(1)$\triangle ABC$ 中，$\tan B=-\sqrt{3}$，$\therefore\angle B=120°$.

$\therefore\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos B=-\frac{1}{2}$.

(2)由余弦定理，得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$=9+4-2\times3\times2\times(-\frac{1}{2})=19$.

$\therefore b=\sqrt{19}$.

21. 解：(1)证明：$\because a_{n+1}{}^2+4a_{n+1}a_n+4a_n{}^2=0$,

$\therefore(a_{n+1}+2a_n)^2=0$,

$\therefore a_{n+1}=-2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,

$\therefore\{a_n\}$是等比数列.

(2)由(1)知$\{a_n\}$是等比数列，$a_1=1$，公比 $q=-2$,

$\therefore S_8=\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}=\frac{1-(-2)^8}{1-(-2)}=-\frac{255}{3}=-85$.

22. 解：(1)$\because$正方体的棱长为 1,

$\therefore V_{B-ADD_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle ADD_1}\cdot AB=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{6}$.

(2)$\because P$、Q 分别为 AB、BD_1 的中点,

$\therefore AD_1/\!/PQ$，又$\because AA_1/\!/CC_1$,

$\therefore\angle A_1AD_1$ 为异面直线 PQ 与 CC_1 所成的角.

在$\triangle A_1AD_1$ 中，$\because AA_1\perp A_1D_1$，$AA_1=A_1D_1$,

$\therefore\angle A_1AD_1=45°$,

$\therefore$异面直线 PQ 与 CC_1 所成的角为 45°.

23. 解：(1)$\because l_1\perp l_2$，且 l_1 的斜率 $k_1=2$,

$\therefore l_2$ 的斜率存在且不为 0，且 $k_2=-\frac{1}{a}$,

又 $l_1\perp l_2$，$\therefore k_1k_2=-1$.

即 $2\cdot(-\frac{1}{a})=-1$，$\therefore a=2$.

$\therefore l_1\perp l_2$ 时，$a=2$.

(2)解法一：

$\because$圆心 $C(2,1)$，直线 l_1 与圆 C 相切,

$\therefore$点 C 到直线 l_1 的距离等于半径 r,

$r=\frac{|2\times2+1\times(-1)+2|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$,

$\therefore$直线 l_1 与圆 C 相切时，$r=\sqrt{5}$.

解法二：

$y=2x+2$ 代入圆 C 的方程，整理得：

$5x^2+5-r^2=0$.

$\because$直线 l_1 与圆 C 相切，$\therefore\Delta=0^2-4\times5(5-r^2)=0$,

解得：$r=\sqrt{5}$.

∴直线 l_1 与圆 C 相切时，$r=\sqrt{5}$.

24. 解：(1)∵$f(x)$的一个零点为 1，

∴$f(1)=0$，即 $1-2a+2-a=0$，∴$a=1$.

(2)由已知，函数$f(x)$的图象开口向上，对称轴为$x=a$.

①当 $a<0$ 时，$f(x)$在$[0,+\infty)$上是增函数，因此，$f(x)$在$[0,+\infty)$上的最小值为 $f(0)=2-a$，

∴$2-a\geqslant 0$，∴$a\leqslant 2$.

又 $a<0$，∴$a<0$.

②当 $a\geqslant 0$ 时，$f(x)$在$[0,+\infty)$上的最小值为

$f(a)=-a^2-a+2$，∴$-a^2-a+2\geqslant 0$，

∴$-2\leqslant a\leqslant 1$.

又 $a\geqslant 0$，∴$0\leqslant a\leqslant 1$.

综上所述，a 的取值范围是 $a\leqslant 1$.

数学综合 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	B	C	D	B	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
A	B	D	B	D	B	B	

二、填空题

16. 0.03　3

17. $\frac{13\pi}{3}$

18. $2x-3=0$ 或 $6x+8y-17=0$

19. ①②

三、解答题

20. 解：(1)根据条件 $a+b=\sqrt{2}c$，$a+b+c=\sqrt{2}+1$，则 $a+b=\sqrt{2}$，$c=1$.

(2)因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{6}\sin C$，所以 $ab=\frac{1}{3}$，

$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{2}$，因此 $C=60°$.

21. 解：(1)一共有 8 种不同的结果，列举如下：

(白、白、白)，(白、白、黑)，(白、黑、白)，(黑、白、白)，(白、黑、黑)，(黑、白、黑)，(黑、黑、白)，(黑、黑、黑)；

(2)记"3 次摸球所得总分大于 4 分"为事件 A，事件 A 包含的基本事件为：

(白、黑、黑)，(黑、白、黑)，(黑、黑、白)，(黑、黑、黑)，事件 A 包含的基本事件数为 4，由(1)可知，基本事件总数为 8，所以事件 A 的概率为 $P(A)=\frac{1}{2}$.

22. 解：设今后人口年平均增长率为 1%，经过 x 年后，我国人口数为 y 亿.

1999 年底，我国人口约 13 亿；

经过 1 年(2000 年)，人口数为 $13+13\times1\%$

$=13\times(1+1\%)$；

经过 2 年(2001 年)，人口数为 $13\times(1+1\%)+13\times(1+1\%)\times1\%=13\times(1+1\%)^2$；

……

所以，经过 x 年，人口数为 $13\times(1+1\%)^x=13\times1.01^x$(亿)；

当 $x=20$ 时，$y=13\times1.01^{20}\approx16$(亿).

所以，经过 20 年后，我国人口数最多为 16 亿.

23. 解：(1)∵$a_1=1$，$S_3=7$，∴$S_3=a_1+a_2+a_3=7$，

∴$a_1+a_1q+a_1q^2=7$，∴$1+q+q^2=7$，

∵$q>0$，∴$q=2$. ∴$a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-1}$.

(2)∵$a_n^2=4^{n-1}$，∴$T_n=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=\frac{1-4^n}{1-4}$

$=\frac{1}{3}(4^n-1)$.

24. 解：设点 M 的坐标是(x,y)，点 A 的坐标是(x_0,y_0).

由于点 B 的坐标是$(4,3)$，且点 M 是线段 AB 的中点，

所以 $x=\frac{x_0+4}{2}$，$y=\frac{y_0+3}{2}$，

于是有 $x_0=2x-4$，$y_0=2y-3$，①

因为点 A 在圆$(x+1)^2+y^2=4$ 上运动，所以点 A 的坐标满足方程$(x+1)^2+y^2=4$，

即$(x_0+1)^2+y_0^2=4$，②

把①代入②，得$(2x-4+1)^2+(2y-3)^2=4$，

整理，得$(x-\frac{3}{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=1$.

所以，点 M 的轨迹是以$(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$为圆心，半径长是 1 的圆.

数学综合 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	B	D	A	A	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
A	D	C	D	A	B	B	

二、填空题

16. $\sqrt{3}a^2$

17. 圆柱，圆锥，圆台

18. 5050

19. 26，36

三、解答题

20. 解：由 $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，α是第四象限角，

得 $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-(-\frac{3}{5})^2}=\frac{4}{5}$.

所以 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}}=-\frac{3}{4}$.于是有

$\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\sin\frac{\pi}{4}\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{4}\sin\alpha=\frac{7\sqrt{2}}{10}$；

$\cos(\frac{\pi}{4}+\alpha)=\cos\frac{\pi}{4}\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{4}\sin\alpha=\frac{7\sqrt{2}}{10}$；

$\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{\tan\alpha-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\alpha\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=-7$.

21. 解：根据 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}+a_n$ 与 $S_{n-1}=a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}(n>1)$可知，

当 $n>1$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2+\frac{1}{2}n-[(n-1)^2+\frac{1}{2}(n-1)]=2n-\frac{1}{2}$.①

当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=1^2+\frac{1}{2}\times1=\frac{3}{2}$，也满足①式.

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=2n-\frac{1}{2}$.

由此可知，数列$\{a_n\}$是一个首项为$\frac{3}{2}$，公差为 2 的等差数列.

22. 证明：因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体，

所以 $D_1C_1\parallel A_1B_1$，$D_1C_1=A_1B_1$.

又 $AB\parallel A_1B_1$，$AB=A_1B_1$，所以 $D_1C_1\parallel AB$，$D_1C_1=AB$.

所以 D_1C_1BA 为平行四边形.所以 $D_1A\parallel C_1B$.

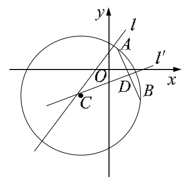
又 $D_1A\not\subset$平面 C_1BD，$C_1B\subset$平面 C_1BD，

由直线与平面平行的判定定理得 $D_1A\parallel$平面 C_1BD，

同理 $D_1B_1\parallel$平面 C_1BD，又 $D_1A\cap D_1B_1=D_1$，

所以，平面 $AB_1D_1\parallel$平面 C_1BD.

23. 解：因为 $A(1,1)$，$B(2,-2)$，所以线段 AB 的中点 D 的坐标为$(\frac{3}{2},-\frac{1}{2})$，



直线 AB 的斜率 $k_{AB}=\frac{-2-1}{2-1}=-3$，

因此线段 AB 的垂直平分线 l' 的方程是

$y+\frac{1}{2}=\frac{1}{3}(x-\frac{3}{2})$，即 $x-3y-3=0$.

圆心 C 的坐标是方程组$\begin{cases}x-3y-3=0,\\x-y+1=0\end{cases}$的解.

解此方程组，得$\begin{cases}x=-3,\\y=-2.\end{cases}$

所以圆心 C 的坐标是$(-3,-2)$.

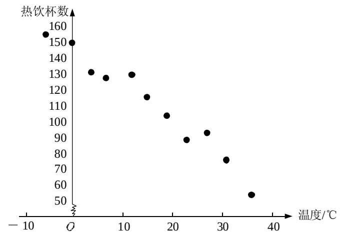
圆心为 C 的圆的半径长

$r=|AC|=\sqrt{(1+3)^2+(1+2)^2}=5$.

所以，圆心为 C 的圆的标准方程是

$(x+3)^2+(y+2)^2=25$.

24. 解：(1)散点图如图所示：



(2)从图看到，各点散布在从左上角到右下角的区域里，因此，气温与热饮销售杯数之间成负相关，即气温越高，卖出去的热饮杯数越少.

(3)从散点图可以看出，这些点大致分布在一条直线的附近，因此，可用最小二乘法公式求出回归方程的系数.利用计算器容易求得回归方程$\hat{y}=-2.352x+147.767$.

(4)当 $x=2$ 时，$\hat{y}=143.063$.因此，某天的气温为 2℃时，这天大约可以卖出 143 杯热饮.

数学综合 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	B	B	A	D	D
9	10	11	12	13	14	15	
B	B	D	B	D	A	D	

二、填空题

16. 三棱柱，四棱柱，六棱台

17. 51，1011001

18. 用辗转相除法求两个正整数的最大公约数

19. $\frac{1}{9}$

三、解答题

20. 解：在$\triangle ABC$ 中，由 $\cos A=\frac{4}{5}$，$0<A<\pi$，

得 $\sin A=\sqrt{1-\cos^2A}=\frac{3}{5}$.

所以 $\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\frac{3}{4}$，$\tan2A=\frac{2\tan A}{1-\tan^2A}=\frac{24}{7}$.

又 $\tan B=2$，所以 $\tan2B=\frac{2\tan B}{1-\tan^2B}=-\frac{4}{3}$.

于是 $\tan(2A+2B)=\frac{\tan2A+\tan2B}{1-\tan2A\tan2B}=\frac{44}{117}$.

21. 解：根据题意，每年销售量比上一年增加的百分率相同.所以，从今年起，每年的销售量组成一个等比数列$\{a_n\}$，其中 $a_1=5000$，$q=1+10\%=1.1$，$S_n=30000$.

于是得到$\frac{5000(1-1.1^n)}{1-1.1}=30000$.整理，得 $1.1^n=1.6$.

两边取对数，得 $n\lg1.1=\lg1.6$.用计算器算得

$n=\frac{\lg1.6}{\lg1.1}\approx\frac{0.20}{0.041}\approx5$(年).

答：大约 5 年可以使总销量达到 30000 台.

22. 证明：设⊙O 所在平面为α，

由已知条件，$PA\perp\alpha$，BC 在α内，所以 $PA\perp BC$.

因为点 C 是圆周上不同于 A，B 的任意一点，AB 是⊙O 的直径，

所以$\angle BCA$ 是直角，

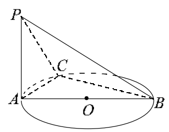
即 $BC\perp AC$.

又因为 PA 与 AC 是$\triangle PAC$ 所在平面内的两条相交直线，

所以 $BC\perp$平面 PAC.

又因为 BC 在平面 PBC 内，

所以平面 $PAC\perp$平面 PBC.



23. 解：将圆的方程写成标准形式，得 $x^2+(y+2)^2=25$，

所以，圆心的坐标是$(0,-2)$，半径长 $r=5$.

如图，因为直线 l 被圆所截得的弦长是 $4\sqrt{5}$，

所以弦心距为$\sqrt{5^2-(\frac{4\sqrt{5}}{2})^2}=\sqrt{5}$，

即圆心到所求直线 l 的距离为$\sqrt{5}$.

因为直线 l 过点 $M(-3,-3)$，所以可设所求直线 l 的方程为 $y+3=k(x+3)$，即 $kx-y+3k-3=0$.

根据点到直线的距离公式，得到圆心到直线 l 的距离

$d=\frac{|2+3k-3|}{\sqrt{k^2+1}}$.

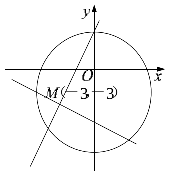
因此，$\frac{|2+3k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{5}$，

即 $|3k-1|=\sqrt{5+5k^2}$，

两边平方，并整理得到

$2k^2-3k-2=0$，

解得 $k=-\frac{1}{2}$，或 $k=2$.



所以，所求直线 l 有两条，他们的方程分别为

$y+3=-\frac{1}{2}(x+3)$，或 $y+3=2(x+3)$.

即 $x+2y+9=0$，或 $2x-y+3=0$.

24. 解：设 x_1，x_2 是区间[2，6]上的任意两个实数，且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{2}{x_1-1}-\frac{2}{x_2-1}=\frac{2(x_2-x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$.

由 $2\leqslant x_1<x_2\leqslant 6$，得 $x_2-x_1>0$，$(x_1-1)(x_2-1)>0$，

于是 $f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$.

所以函数 $f(x)=\frac{2}{x-1}$ 是区间[2，6]上的减函数.

因此，函数 $f(x)=\frac{2}{x-1}$ 在区间[2，6]的两个端点上分别取得最大值与最小值，

即在 $x=2$ 时取得最大值，最大值是 2，在 $x=6$ 时取得最小值，最小值是 0.4.