

参考答案

数学试卷(一)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. D 2. A 3. B 4. B 5. C 6. B 7. C 8. C

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. $a+2$ 10. $50m$ 11. 6 12. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 13. $(7, 5), (8, 5)$ 14. $6-\frac{3}{2}\pi$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

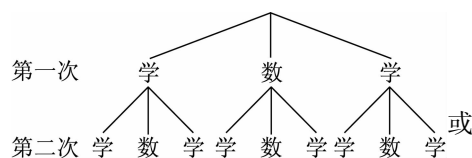
15 原式 = $\frac{2}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{a-1} = \frac{2}{(a-1)^2} = \frac{2}{a^2-2a+1}$.

$\therefore a^2-2a-2=0,$

$\therefore a^2-2a=2.$

\therefore 原式 = $\frac{2}{3}$.

16.



| | | | | |
|-----|-----|-------|-------|-------|
| 结果 | 第一次 | 学 | 数 | 学 |
| 第二次 | 学 | (学,学) | (数,学) | (学,学) |
| | 数 | (学,数) | (数,数) | (学,数) |
| | 学 | (学,学) | (数,学) | (学,学) |

所以 $P(\text{两次摸到的球上文字都是“学”}) = \frac{4}{9}$.

17. 设普通公路长为 x km, 则高速公路的长为 $2x$ km,

根据题意, 得 $\frac{x}{60} + \frac{2x}{100} = 2.2$. 解得 $x=60$.

经检验, $x=60$ 符合题意.

$2x = 2 \times 60 = 120$.

答: 普通公路长为 60 km, 高速公路的长为 120 km.

18. (1) 证明: 连结 CE .

\therefore 点 E 为 $\text{Rt}\triangle ACB$ 的斜边 AB 的中点,

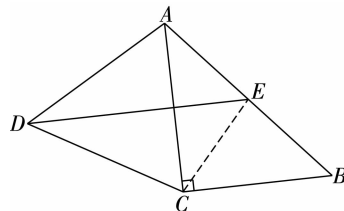
$\therefore CE=AE$.

$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形, $\therefore AD=CD$.

$\therefore DE \perp AC$.

$\therefore \angle ACB=90^\circ,$

$\therefore DE \parallel BC$.



(2) $\because \angle DCB=150^\circ$, 若四边形 $DCBE$ 是平行四边形, 则 $DC \parallel BE$,

$\angle DCB + \angle B = 180^\circ$.

$\therefore \angle B = 30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\sin B = \frac{AC}{BA}$, $\sin 30^\circ = \frac{AC}{BA} = \frac{1}{2}$, $AC = \frac{1}{2}AB$ 或 $AB = 2AC$.

\therefore 当 $AC = \frac{1}{2}AB$ 或 $AB = 2AC$ 时, 四边形 $DCBE$ 是平行四边形.

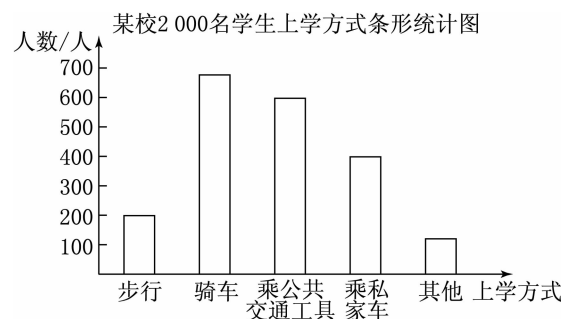
19. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\tan 43^\circ = \frac{BC}{AC}$.

即 $BC = AC \cdot \tan 43^\circ = 12 \times 0.93 = 11.16 \approx 11.2$ (米).

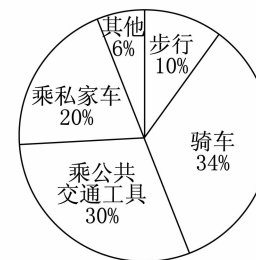
\therefore 气球应至少再上升约 11.2 米.

20. (1) A

(2) 答案不唯一, 以下统计图供参考:



某校2000名学生上学方式扇形统计图



(3) 本题答案不唯一, 下列解法供参考.

乘私家车上学约 400 人, 建议学校与交通部门协商安排停车区域.

21. (1) $\because \frac{450}{3} = 150$ (元),

\therefore 当租赁时间不超过 3 天时, 每日租金为 150 元.

(2) 当 $6 \leq x \leq 9$ 时, 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b$.

\therefore 图象经过 $(6, 810)$ 、 $(9, 1440)$,

$\therefore \begin{cases} 6k+b=810, \\ 9k+b=1440. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=210, \\ b=-450. \end{cases}$

\therefore 当 $6 \leq x \leq 9$ 时, y 与 x 的函数关系式为 $y=210x-450$.

(3) 设乙租这款汽车 a 天, 则甲租 $(9-a)$ 天.

\therefore 甲租的天数少于 3 天,

$\therefore 0 \leq 9-a < 3$.

$\therefore 6 < a \leq 9$.

根据题意, 得 $(210a-450) - 150(9-a) = 720$.

解得 $a=7$.

\therefore 乙租这款汽车 7 天.

22. (1) 过点 N 在 MN 的同侧作 $\angle MNR = \angle QMN$,

在 NR 上截取 $NP = MQ$, 连结 MP .

$\triangle MNP$ 即为所求.

(2) 证明: 延长 BC 到点 E , 使 $CE = AD$, 连结 AE .

$\because \angle ACB + \angle CAD = 180^\circ$,

$\angle ACB + \angle ACE = 180^\circ$,

$\therefore \angle CAD = \angle ACE$.

又 $\because AD = CE, AC = CA$,

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CAE$.

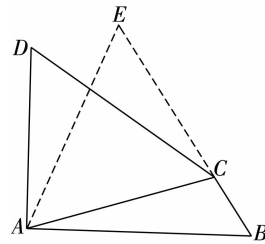
$\therefore \angle D = \angle E, CD = AE$.

$\because \angle B = \angle D$,

$\therefore \angle B = \angle E$.

$\therefore AE = AB$.

$\therefore CD = AB$.



23. (1) 根据题意, 得

当点 G 在线段 BD 上时, $DG = 4 - 3t$;

当点 G 在线段 BD 的延长线上时, $DG = 3t - 4$.

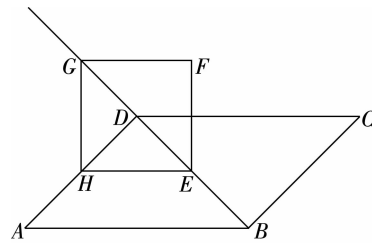
(2) 在 $\triangle DHE$ 中,

$\because DE = 4 - t, \therefore DH = DE = 4 - t$.

在 $\triangle DHG$ 中,

$\because DG = 3t - 4, \therefore DH = DG = 3t - 4$.

$\therefore DH = 4 - t = 3t - 4, t = 2$.



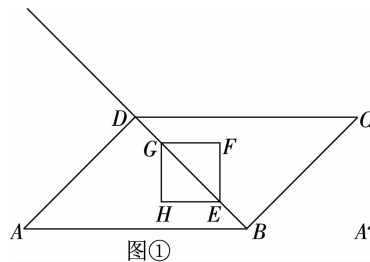
(3) 当点 G 与点 D 重合时, $t = \frac{4}{3}$; 当点 H 落在 AD 上时, $t = 2$.

当点 E 与点 D 重合时, $t = 4$.

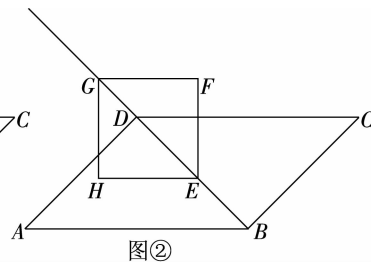
如图①, 当 $0 < t \leq \frac{4}{3}$ 时, $S = 2t^2$.

如图②, 当 $\frac{4}{3} < t \leq 2$ 时, $S = -\frac{13}{4}t^2 + 10t - 4$.

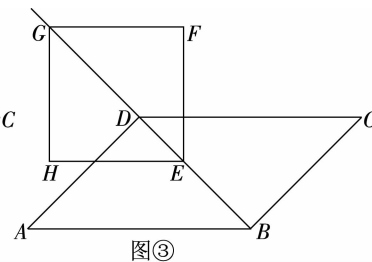
如图③, 当 $2 < t \leq 4$ 时, $S = \frac{3}{4}(4-t)^2 = \frac{3}{4}t^2 - 6t + 12$.



图①

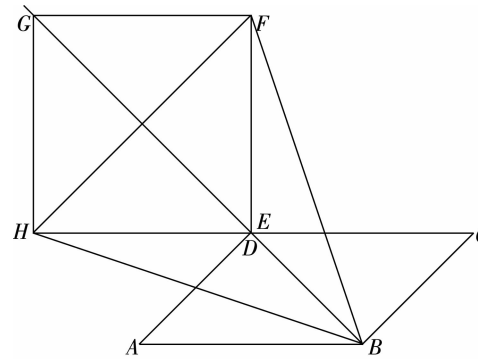


图②



图③

(4) 32.



24. (1) 等腰.

(2) \because 抛物线 $y = -x^2 + bx (b > 0)$ 的“抛物线三角形”是等腰直角三角形,

\therefore 该抛物线的顶点 $(\frac{b}{2}, \frac{b^2}{4})$ 满足 $\frac{b}{2} = \frac{b^2}{4} (b > 0)$.

$\therefore b = 2$.

(3) 存在.

如图, 作 $\triangle OCD$ 与 $\triangle OAB$ 关于原点 O 中心对称,

则四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

当 $OA = OB$ 时, 平行四边形 $ABCD$ 为矩形.

又 $\because AO = AB$,

$\therefore \triangle OAB$ 为等边三角形.

作 $AE \perp OB$, 垂足为 E .

$\therefore AE = \sqrt{3}OE$.

$\therefore \frac{b'^2}{4} = \sqrt{3} \cdot \frac{b'}{2} (b' > 0)$.

$\therefore b' = 2\sqrt{3}$.

$\therefore A(\sqrt{3}, 3), B(2\sqrt{3}, 0)$.

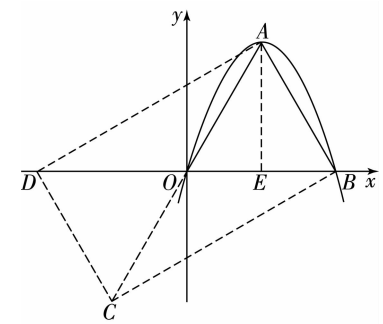
$\therefore C(-\sqrt{3}, 3), D(-2\sqrt{3}, 0)$.

设过点 O, C, D 三点的抛物线为 $y = mx^2 + nx$, 则

$$\begin{cases} 12m - 2\sqrt{3}n = 0, \\ 3m - \sqrt{3}n = -3. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m = 1, \\ n = 2\sqrt{3}. \end{cases}$$

\therefore 所求抛物线的表达式为 $y = x^2 + 2\sqrt{3}x$.

(4) $m < 0, n = 2\sqrt{3}$.



数学试卷(二)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. B 2. C 3. B 4. A 5. D 6. B 7. C 8. C

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. $a(a+4)(a-4)$ 10. $-2 < x \leq \frac{1}{2}$ 11. 56 12. $\frac{3}{5}$ 13. $\frac{\pi}{4}$ 14. 2

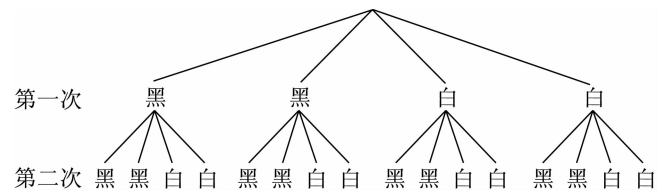
三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= 4a^2 - 4ab + b^2 - 4a^2 + 3ab = b^2 - ab$. (4 分)

当 $a=1, b=\sqrt{3}$ 时, 原式 $= (\sqrt{3})^2 - 1 \times \sqrt{3} = 3 - \sqrt{3}$. (6 分)

16. (1)2 (2 分)

(2)画树状图如下:



或列表法:

| 第一次 \ 第二次 | 黑 1 | 黑 2 | 白 1 | 白 2 |
|-----------|---------|---------|---------|---------|
| 黑 1 | 黑 1 黑 1 | 黑 1 黑 2 | 黑 1 白 1 | 黑 1 白 2 |
| 黑 2 | 黑 2 黑 1 | 黑 2 黑 2 | 黑 2 白 1 | 黑 2 白 2 |
| 白 1 | 白 1 黑 1 | 白 1 黑 2 | 白 1 白 1 | 白 1 白 2 |
| 白 2 | 白 2 黑 1 | 白 2 黑 2 | 白 2 白 1 | 白 2 白 2 |

所以 $P(\text{两次摸到的球颜色相同}) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$. (4 分)

17. 设普通列车的平均速度为 x 千米/时.

根据题意, 得 $\frac{360}{x} - \frac{360}{(1+50\%)x} = 1$. (3 分)

解得 $x=120$.

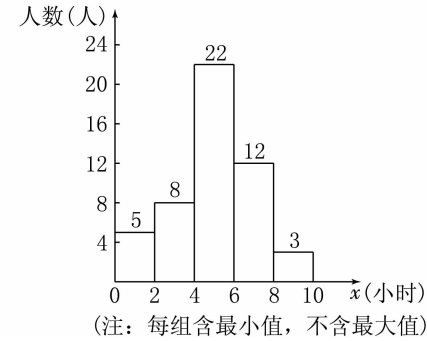
经检验, $x=120$ 是原方程的解, 并且符合题意. (5 分)

$(1+50\%)x = (1+50\%) \times 120 = 180$.

答: 该趟动车的平均速度为 180 千米/时. (6 分)

18. (1)抽样 50 (2 分)

(2)50 名学生每周课外体育活动时间频数分布直方图 (5 分)



(3) $1000 \times \frac{12+3}{50} = 300$ (人),

所以全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的学生约有 300 人. (7 分)

19. (1)菱形 (1 分)

由尺规作图可知, AE 平分 $\angle BAD$, $AB=AF$,

$\therefore \angle BAE = \angle FAE$.

在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle FAE = \angle BEA$.

$\therefore \angle BAE = \angle BEA$.

$\therefore AB = BE$.

$\therefore AF = BE$.

$\therefore AF \parallel BE$,

\therefore 四边形 $ABEF$ 是平行四边形.

$\therefore AB = EF$.

\therefore 四边形 $ABEF$ 是菱形. (5 分)

(2) $10\sqrt{3}$ 120 (7 分)

20. $\because \angle DAB = 45^\circ, AD \perp BC$,

$\therefore \angle B = 45^\circ$.

$\therefore \angle B = \angle BAD$.

$\therefore BD = AD$.

$\therefore CD = 208 - AD$. (2 分)

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\angle ADC = 90^\circ$,

$\tan \angle CAD = \frac{CD}{AD}$,

$\therefore AD \tan 32^\circ = CD$. (5 分)

$\therefore 0.6249AD = 208 - AD$.

$\therefore AD \approx 128.0$.

答: 此时航拍无人机与该建筑物的水平距离 AD 约为 128.0 米. (7 分)

21. (1)60 300 (2 分)

(2) $y = \begin{cases} -240x + 6000, & 20 \leq x \leq 25, \\ 240x - 6000, & 25 < x \leq 30. \end{cases}$ (5 分)

- (3)由已知可得,甲出发30分钟时乙到达景点B,在景点B处停留30分钟.
甲出发60分钟时他们相距 $(60 \times 30 - 1200)$ 米. (6分)
设乙步行的速度为 v 米/分.
根据已知,得 $(90-60)(v-60)=60 \times 30 - 1200$. (7分)
解得 $v=80$.
答:乙步行的速度为80米/分. (8分)

22. 问题探究:

- \because 四边形OCED是平行四边形,
 $\therefore \angle OCE = \angle ODE$.
 $\therefore \angle ACE = \angle BDE$.
 $\because \triangle OAP$ 、 $\triangle OBQ$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore \angle PCA = \angle QDB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle PCE = \angle PCA + \angle ACE = \angle QDB + \angle BDE = \angle EDQ$,
 $\because PC = \frac{1}{2}AO = OC = ED$, $CE = OD = \frac{1}{2}OB = DQ$,
 $\therefore \triangle PCE \cong \triangle EDQ$.

拓展发现: $\angle ARB = 60^\circ$

提示:如图③,连结RO,

- $\because PR$ 与 QR 分别是 OA 、 OB 的垂直平分线,
 $\therefore AR = OR = RB$.
 $\therefore \angle ARC = \angle ORC$, $\angle ORQ = \angle BRQ$.
 $\because \angle RCO = \angle RDO = 90^\circ$, $\angle COD = 150^\circ$,
 $\therefore \angle CRD = 30^\circ$.
 $\therefore \angle ARB = 60^\circ$.

23. (1) 四边形APQD为平行四边形. (2分)
(2) $EA = EP$, $EA \perp EP$,理由如下:
 \because 四边形ABCD是正方形, P 、 Q 速度相同,
 $\therefore AB = BC = PQ$, $\angle ABE = \angle EBQ = 45^\circ$.
 $\because EQ \perp BD$,
 $\therefore \angle PQE = 45^\circ$.
 $\therefore \angle ABE = \angle EBQ = \angle PQE = 45^\circ$.
 $\therefore EB = EQ$.
 $\therefore \triangle AEB \cong \triangle EPQ$.
 $\therefore EA = EP$, $\angle AEB = \angle PEQ$.
 $\therefore \angle AEP = \angle BEQ = 90^\circ$.
 $\therefore EA \perp EP$. (6分)

- (3)过E作 $EF \perp BC$ 于F,
 $BQ = t + 2$, $EF = \frac{t+2}{2}$,
 $\therefore y = \frac{1}{2} \times \frac{t+2}{2} \times t$, 即 $y = \frac{1}{4}(t+1)^2 - \frac{1}{4}$. (8分)
(4) $t = 1$, $t = 3$. (10分)

24. (1) 由抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 过点 $A(-1, 0)$ 及 $C(2, 3)$,
得 $\begin{cases} -1 - b + c = 0, \\ -4 + 2b + c = 3. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b = 2, \\ c = 3. \end{cases}$
故抛物线所对应的函数表达式为 $y = -x^2 + 2x + 3$. (2分)

- 又设直线为 $y = kx + n$ 过点 $A(-1, 0)$ 及 $C(2, 3)$,
得 $\begin{cases} -k + n = 0, \\ 2k + n = 3. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 1, \\ n = 1. \end{cases}$
故直线AC所对应的函数表达式为 $y = x + 1$. (4分)

- (2) $m = \frac{18}{5}$. (6分)

- (3) 由 $y = -x^2 + 2x + 3$ 得, 对称轴为直线 $x = 1$.
从而可得 $D(1, 4)$, $B(1, 2)$. (7分)

- \because 点E在直线AC上, 设 $E(x, x+1)$,
① 当点E在线段AC上时, 点F在点E上方, 则 $F(x, x+3)$,
 $\because F$ 在抛物线上,
 $\therefore x+3 = -x^2 + 2x + 3$.
解得 $x = 0$ 或 $x = 1$ (舍去).
 $\therefore E(0, 1)$. (8分)

- ② 当点E在线段AC(或CA)延长线上时, 点F在点E下方, 则 $F(x, x-1)$.
由F在抛物线上, $\therefore x-1 = -x^2 + 2x + 3$.
解得 $x = \frac{1-\sqrt{17}}{2}$ 或 $x = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$.
 $\therefore E\left(\frac{1-\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$. (10分)

综上, 满足条件的点 $E(0, 1)$ 、 $\left(\frac{1-\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$ 、 $\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$.

- (4) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{39}{16}\right)$ 、 $\left(\frac{5}{4}, \frac{63}{16}\right)$. (12分)

数学试卷(三)

一、选择题(本大题共8小题, 每小题3分, 共24分)

1. A 2. B 3. D 4. A 5. D 6. B 7. A 8. D

二、填空题(本大题共6小题, 每小题3分, 共18分)

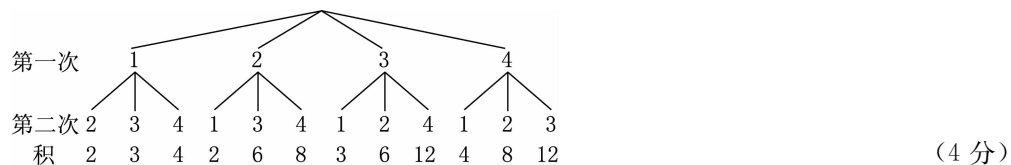
9. $>$ 10. $x \leq 5$ 11. π 12. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 13. 2 14. 4

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 = $\left[\frac{2}{x+1} - \frac{2x-3}{(x-1)(x+1)} \right] \cdot (x+1) = 2 - \frac{2x-3}{x-1} = \frac{2x-2-2x+3}{x-1} = \frac{1}{x-1}$. (4分)

当 $x=2017$ 时, 原式 = $\frac{1}{2017-1} = \frac{1}{2016}$. (6分)

16. 画树状图如下:



或列表法:

| | | | | |
|----------|---|---|----|----|
| 结果 \ 第一次 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 第二次 | | | | |
| 1 | | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 2 | | 6 | 8 |
| 3 | 3 | 6 | | 12 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | |

所以 $P(\text{两次取出的两个小球上数字之积是偶数}) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$. (6分)

17. 设普通列车速度为 x 千米/时.

根据题意, 得 $\frac{1000}{x} - \frac{1000}{2x} = 4$. (3分)

解得 $x=125$.

经检验, $x=125$ 是原方程的解, 且符合题意. (5分)

$2x=250$. (6分)

答: 高铁的速度是 250 千米/时.

18. \because 四边形 $ADEF$ 为平行四边形,

$\therefore AD=EF, AD \parallel EF$.

$\therefore \angle ACB = \angle FEB$.

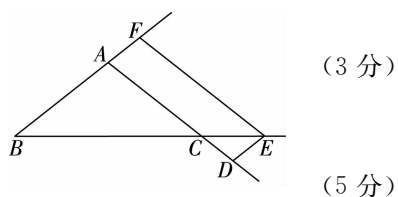
$\because AB=AC$,

$\therefore \angle ACB = \angle B$.

$\therefore \angle FEB = \angle B$.

$\therefore EF=BF$.

$\therefore AD=BF$. (7分)



19. (1) 过点 A 作 $AF \perp BC$ 于点 F .

由题意, 得 $CF=AD=0.24$.

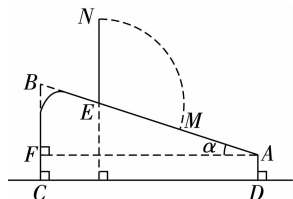
$\therefore BF=BC-CF=0.64-0.24=0.4$.

在 $Rt\triangle ABF$ 中, $\angle AFB=90^\circ, \angle BAF=18^\circ$,

$\sin \angle BAF = \frac{BF}{AB}$,

$\therefore AB = \frac{BF}{\sin \angle BAF} = \frac{0.4}{0.31} \approx 1.29$.

$\therefore AB$ 的长约为 1.29 米.



(2) $\because \angle NEM = 90^\circ + 18^\circ = 108^\circ$,

$\therefore \frac{108 \times 0.8\pi}{180} = 0.48\pi$.

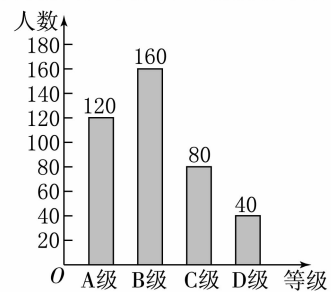
\therefore 弧 MN 的长为 0.48π 米. (7分)

20. (1) 400 (2分)

(2) 108

补全条形统计图如图. (4分)

体育测试各等级学生人数条形统计图



(3) 因为 $\frac{40}{400} \times 32000 = 3200$ (人),

所以该市九年级不及格学生的人数约有 3200 人. (7分)

21. (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$.

将点 $(1, 0)$ 、 $(3, 180)$ 代入,

得 $\begin{cases} k+b=0, \\ 3k+b=180. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=90, \\ b=-90. \end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y=90x-90$. (4分)

(2) 设甲队搬运量 y 与时间 x 之间的函数关系式为 $y=k_1x$.

根据题意, 得 $3k_1=180$.

解得 $k_1=60$.

$\therefore y=60x$. (5分)

当 $x=5$ 时, $y=60 \times 5=300$.

当 $x=6$ 时, $y=90 \times 6-90=450$.

$450-300=150$ (千克).

答: 甲、乙两队各连续搬运 5 小时, 乙队比甲队多搬运了 150 千克. (8分)

22. 猜想: 相等 (1分)

探究: $\triangle CPG$ 的周长不改变.

延长 CB 至 M , 使 $BM=DG$, 连结 AM .

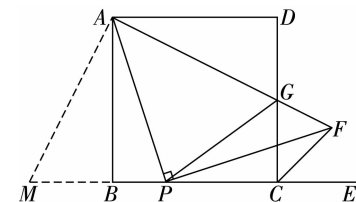
\because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore \angle ABC = \angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$,

$AB=AD$.

$\therefore \angle ABM = 90^\circ$.

$\therefore \angle ABM = \angle ADC$.



$\because BM=DG,$
 $\therefore \triangle ABM \cong \triangle ADG.$
 $\therefore \angle BAM = \angle GAD, AM=AG.$
 $\because PA=PF, PF \perp AP,$
 $\therefore \angle PAF = 45^\circ.$
 $\therefore \angle DAG + \angle BAP = 45^\circ.$
 $\because \angle BAM = \angle GAD,$
 $\therefore \angle BAM + \angle BAP = 45^\circ,$ 即 $\angle MAP = 45^\circ.$
 $\therefore \angle MAP = \angle FAP.$
 $\because AM=AG, AP=AP,$
 $\therefore \triangle AMP \cong \triangle AGP.$
 $\therefore MP=GP.$
 $\therefore PG+PC+GC = BP+DG+PC+GC = BC+CD = 2a.$
 $\therefore \triangle CPG$ 的周长不改变, 为 $2a.$

(7分)

拓展: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(9分)

23. (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle BDA = 90^\circ, AB=5, BD=3,$

$$\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4. \quad (1 \text{分})$$

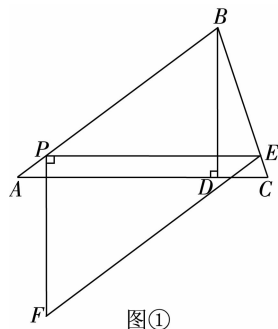
在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\angle BDC = 90^\circ, BD=3, \tan C = 3,$

$$\therefore CD = \frac{BD}{\tan C} = \frac{3}{3} = 1. \quad (2 \text{分})$$

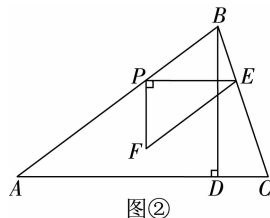
$$\therefore AC = AD + CD = 4 + 1 = 5. \quad (3 \text{分})$$

(2) 当 $0 < t \leq 1$ 时, 如图①所示,

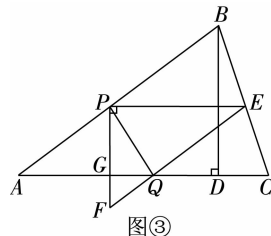
$$S = \frac{3}{5}t \cdot \frac{4}{5}(5-t) = -\frac{12}{25}t^2 + \frac{12}{5}t. \quad (4 \text{分})$$



图①



图②



图③

当 $\frac{25}{9} \leq t < 5$ 时, 如图②所示,

$$S = \frac{3}{4}(5-t) \cdot \frac{4}{5}(5-t) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}(5-t) \cdot \frac{4}{5}(5-t) = \frac{9}{25}(t-5)^2. \quad (5 \text{分})$$

(3) ① 如图③, PF 与 AC 交于点 $G.$

当 $S_{\triangle PFQ} : S_{\triangle PEQ} = 1 : 2$ 时,

$$\therefore S_{\triangle PEQ} : S_{\triangle PEF} = 2 : 3.$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}PE \cdot PG\right) : \left(\frac{1}{2}PE \cdot PF\right) = 2 : 3.$$

$$\therefore PG : PF = 2 : 3.$$

$$\therefore \frac{3}{5}t : \frac{3}{4}(5-t) = 2 : 3.$$

$$\therefore t = \frac{25}{11}, \text{ 即 } AP = \frac{25}{11}.$$

(6分)

当 $S_{\triangle PFQ} : S_{\triangle PEQ} = 2 : 1$ 时,

$$\therefore S_{\triangle PEQ} : S_{\triangle PEF} = 1 : 3.$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}PE \cdot PG\right) : \left(\frac{1}{2}PE \cdot PF\right) = 1 : 3.$$

$$\therefore PG : PF = 1 : 3.$$

$$\therefore \frac{3}{5}t : \frac{3}{4}(5-t) = 1 : 3.$$

$$\therefore t = \frac{25}{17}, \text{ 即 } AP = \frac{25}{17}.$$

(7分)

$$\therefore AP \text{ 的值为 } \frac{25}{11} \text{ 或 } \frac{25}{17}.$$

$$\textcircled{2} \frac{15}{8}, \frac{5}{2}.$$

(10分)

24. (1) $A\left(m, \frac{4}{3}m\right), B\left(0, m^2 + \frac{4}{3}m\right).$

(2分)

(2) 点 B 能落在 y 轴负半轴上.

$$\because \text{点 } B \text{ 的纵坐标为 } m^2 + \frac{4}{3}m,$$

$$\text{又 } \because m^2 + \frac{4}{3}m = \left(m - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9},$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 纵坐标的最小值为 } -\frac{4}{9} < 0.$$

\therefore 点 B 能落在 y 轴负半轴上.

(5分)

(3) \because 当抛物线经过坐标原点时, $m^2 + \frac{4}{3}m = 0.$

$$\text{解得 } m_1 = 0, m_2 = -\frac{4}{3}.$$

又 \because 点 C, D 分别为点 A, B 关于原点的对称点,

$$\therefore OA = OC, OB = OD.$$

$$\therefore AC = 2OA, BD = 2OB.$$

$$\therefore l = AC + BD = 2(OA + OB).$$

当 $m < -\frac{4}{3}$ 时,

$$OA = -\frac{5}{3}m, OB = m^2 + \frac{4}{3}m.$$

$$l = 2\left(-\frac{5}{3}m + m^2 + \frac{4}{3}m\right) = 2m^2 - \frac{2}{3}m.$$

当 $-\frac{4}{3} < m < 0$ 时,

$$OA = -\frac{5}{3}m, OB = -m^2 - \frac{4}{3}m.$$

$$l = 2\left(-\frac{5}{3}m - m^2 - \frac{4}{3}m\right) = -2m^2 - 6m.$$

当 $m > 0$ 时,

$$OA = \frac{5}{3}m, OB = m^2 + \frac{4}{3}m.$$

$$l = 2\left(\frac{5}{3}m + m^2 + \frac{4}{3}m\right) = 2m^2 + 6m. \quad (9 \text{ 分})$$

$$(4) m < -\frac{5}{3} \text{ 或 } -1 < m < 0 \text{ 或 } m > 1. \quad (12 \text{ 分})$$

数学试卷(四)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. A 2. B 3. B 4. C 5. B 6. D 7. C 8. B

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

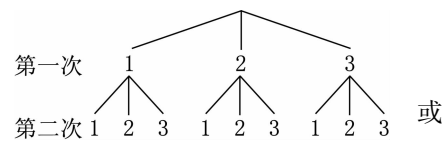
9. $<$ 10. $\frac{8m}{n}$ 11. 2 12. 22 13. 10 14. 4

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= \frac{x-1}{x} \div \frac{x^2-2x+1}{x} = \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1}$. (4 分)

当 $x = \frac{7}{6}$ 时, 原式 $= \frac{1}{\frac{7}{6}-1} = 6$. (6 分)

16. 画树状图如下:



列表如下:

| | | | |
|-----|---|---|---|
| 第一次 | 1 | 2 | 3 |
| 第二次 | 1 | 2 | 3 |
| 结果 | 2 | 3 | 4 |
| | 3 | 4 | 5 |
| | 4 | 5 | 6 |

(4 分)

所以 $P(\text{和等于 } 4) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. (6 分)

17. 根据题意, 得 $CD = CE$.

$$\therefore \angle CDE = \angle CED.$$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD.$$

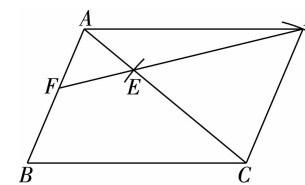
$$\therefore \angle AFD = \angle FDC.$$

$$\therefore \angle AEF = \angle CED,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle AEF.$$

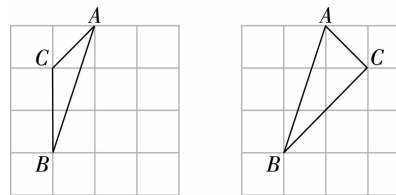
$$\therefore AF = AE.$$

(2 分)



(6 分)

18. (1) 如图所示.



图①

图②

(4 分)

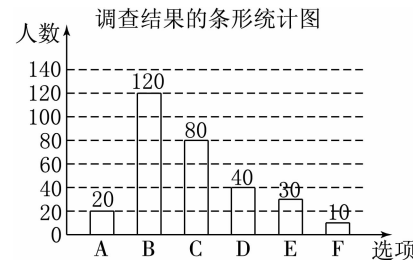
(2) 图①、图②所画 $\triangle ABC$ 中最小角的正切值为 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{1}{2}$.

(7 分)

19. (1) $n = 120 \div 40\% = 300$

(2 分)

补全条形统计图如图所示.



(3 分)

(2) 36°

(5 分)

(3) 因为 $366 \times \frac{20}{300} = 24.4$ (万人).

所以, 该市对雾霾“不采取任何防护措施”态度的约有 24.4 万人. (7 分)

20. $\because \angle ABD = \angle E + \angle D, \angle ABD = 140^\circ, \angle D = 50^\circ,$

(1 分)

$$\therefore \angle E = \angle ABD - \angle D = 90^\circ.$$

$\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $\angle E = 90^\circ, \angle D = 50^\circ, BD = 704\text{m},$

$$\therefore \cos D = \frac{DE}{BD},$$

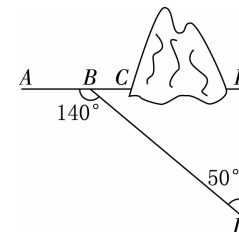
$$\therefore DE = BD \cdot \cos D$$

$$= 704 \times \cos 50^\circ$$

$$= 704 \times 0.643 = 452.67 \approx 453 \text{ (米)}.$$

答: 开挖点 E 到点 D 的距离约为 453 米.

(7 分)



(3 分)

21. 探究: \because 四边形 $ABMN$ 和 $ACDE$ 是正方形,

$$\therefore AB=AN, AC=AE,$$

$$\angle NAB=\angle CAE=90^\circ.$$

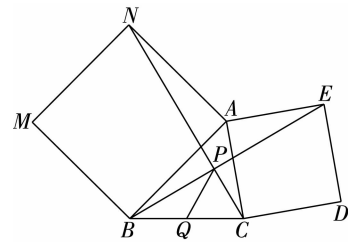
$$\therefore \angle NAC=\angle NAB+\angle BAC,$$

$$\angle BAE=\angle BAC+\angle CAE,$$

$$\text{即 } \angle NAC=\angle BAE,$$

$$\therefore \triangle ANC \cong \triangle ABE.$$

$$\therefore \angle ANC=\angle ABE.$$



(2分)

(4分)

(5分)

(7分)

(2分)

应用: 3

22. (1) 0.5

(2) 设乙车与甲车相遇后 y_Z 与 x 之间的函数关系式为 $y_Z=kx+b(k \neq 0)$.

$$y_Z=kx+b \text{ 图象过点 } (2.5, 200), (5, 400),$$

$$\text{得 } \begin{cases} 2.5k+b=200, \\ 5k+b=400. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=80, \\ b=0. \end{cases}$$

乙车与甲车相遇后 y_Z 与 x 之间的函数关系式为 $y_Z=80x(2.5 \leq x \leq 5)$. (5分)

(3) $x=2$ 或 $x=\frac{11}{4}$. (9分)

23. (1) $y=x^2-2x+2$. (1分)

(2) $\because y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$.

\therefore 抛物线的顶点坐标为 $(1, 1)$,

\therefore 对称轴为直线 $x=1$.

\because 矩形 $PFOE$ 的面积被抛物线的对称轴平分,

\therefore 点 F 与点 P 关于直线 $x=1$ 对称.

\because 点 F 的横坐标为 0 , 点 P 的横坐标为 m ,

$$\therefore \frac{0+m}{2}=1.$$

$$\therefore m=2. \quad (3 \text{ 分})$$

(3) ① 当 $0 < m < 1$ 时, $L=2(m^2-2m+2-1+m)=2m^2-2m+2$. (5分)

② 当 $1 < m < 2$ 时, $L=2(m^2-2m+2-1+1)=2m^2-4m+4$. (7分)

(4) $m=2-\sqrt{3}$, $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \leq m \leq 2$ 且 $m \neq 1$. (10分)

24. (1) 8 (2分)

(2) 如图, 当线段 PB 的“对角线正方形”有两边同时落在 $\triangle ABC$ 的边上时,

$$\angle PEC=\angle ABC=90^\circ.$$

$$\therefore \angle C=\angle C,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle PEC.$$

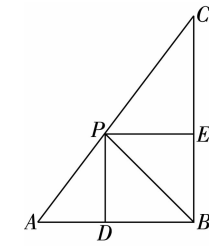
$$\therefore PC=5t,$$

$$\therefore PE=3t, CE=4t.$$

$$\therefore PE=BE,$$

$$\therefore 3t+4t=4.$$

$$\therefore t=\frac{4}{7}.$$



(5分)

(3) 当 $0 \leq t \leq 1$ 时, $S=\frac{1}{2}[(3t)^2+(4-4t)^2]=\frac{25}{2}t^2-16t+8$. (7分)

当 $1 < t < \frac{8}{5}$ 时, $S=\frac{1}{2}(8-5t)^2=\frac{25}{2}t^2-40t+32$. (9分)

(4) $t=\frac{2}{5}, t=1, t=\frac{6}{5}$. (12分)

数学试卷(五)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. C 2. C 3. A 4. D 5. B 6. B 7. A 8. A

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. a^3b^6 10. -1 11. 61 12. ②③ 13. 55 14. $(16, 1+\sqrt{3})$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $=2a^2+4ab-(a^2+4ab+4b^2)=2a^2+4ab-a^2-4ab-4b^2=a^2-4b^2$. (3分)

当 $a=-1, b=\sqrt{3}$ 时, $a^2-4ab=1-4 \times 3=-11$. (5分)

16. 设原计划每小时检修管道 x 米.

由题意, 得 $\frac{600}{x}-\frac{600}{1.2x}=2$. (3分)

解得 $x=50$.

经检验, $x=50$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 原计划每小时检修管道 50 米. (5分)

17. (1) 正确的结论有①②③. (2分)

(2) 证明第①个结论:

$\because MN$ 是 AB 的中垂线,

$$\therefore DA=DB.$$

$$\therefore \angle A=\angle ADB.$$

$$\therefore \angle A=36^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD=36^\circ.$$

$$\therefore AB=AC, \angle A=36^\circ, \therefore \angle ABC=72^\circ.$$

$$\therefore \angle ABD=\angle CBD.$$

$\therefore BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线. (6分)

18. (1) ∵ 掷一回骰子有 1、2、3、4 四种可能结果，只有掷出 4 时，才会落回到圈 A，

$$\therefore P_1 = \frac{1}{4}. \quad (3 \text{ 分})$$

(2) 列表如下：

| | | | | | |
|-----|-----|--------|--------|--------|--------|
| | 第一次 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 第二次 | 1 | (1, 1) | (2, 1) | (3, 1) | (4, 1) |
| | 2 | (1, 2) | (2, 2) | (3, 2) | (4, 2) |
| | 3 | (1, 3) | (2, 3) | (3, 3) | (4, 3) |
| | 4 | (1, 4) | (2, 4) | (3, 4) | (4, 4) |

所有可能情况共有 16 种，当两次掷出的数字之和为 4 的倍数时才可以落回圈 A，共有 (1, 3)、(2, 2)、(3, 1)、(4, 4) 四种，

$$\therefore P_2 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}. \quad (6 \text{ 分})$$

∴ 淇淇与嘉嘉落回到圈 A 的可能性一样。 (7 分)

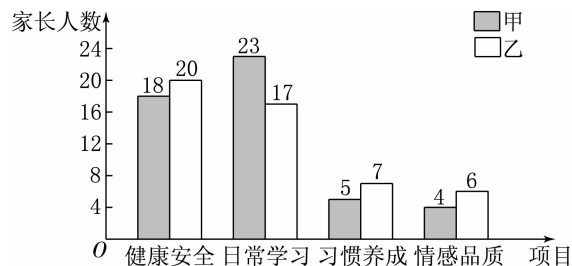
19. (1) (-119, 0), (100, 0). (4 分)

$$(3) BC = BO + OC = 119 + 100 = 219(\text{m}).$$

$$\therefore \frac{219}{15} < \frac{250}{15} = \frac{50}{3}, \quad (7 \text{ 分})$$

∴ 该汽车没有超速。 (7 分)

20. (1) 如下图所示：



$$(2) (4+6) \div 100 \times 3600 = 360, \quad (3 \text{ 分})$$

∴ 约有 360 位家长最关心孩子“情感品质”方面的成长。 (6 分)

(3) 没有确定答案，说的有道理即可。 (8 分)

21. 概念理解：四边形 ABCD 是垂美四边形，理由如下：

连结 AC、BD.

∵ AB = AD,

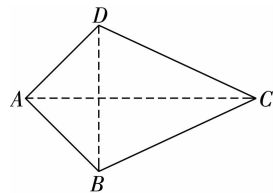
∴ 点 A 在线段 BD 的垂直平分线上.

同理，点 C 在线段 BD 的垂直平分线上.

∴ 直线 AC 是线段 BD 的垂直平分线.

∴ AC ⊥ BD.

∴ 四边形 ABCD 是垂美四边形。 (3 分)



性质探究：猜想：垂美四边形的两组对边的平方和相等(或 $AD^2 + BC^2 = AB^2 + CD^2$).

证明：∵ AC ⊥ BD,

$$\therefore \angle AED = \angle AEB = \angle BEC = \angle CED = 90^\circ.$$

由勾股定理，得 $AD^2 + BC^2 = AE^2 + DE^2 + BE^2 + CE^2$.

$$AB^2 + CD^2 = AE^2 + BE^2 + CE^2 + DE^2.$$

$$\therefore AD^2 + BC^2 = AB^2 + CD^2. \quad (6 \text{ 分})$$

问题解决： $\sqrt{37}$ (8 分)

22. (1) 15 0.1 (2 分)

(2) 由题意可知，上坡的速度为 10 千米/时，下坡的速度为 20 千米/时.

线段 AB 所对应的函数表达式为 $y = 6.5 - 10x$,

$$\text{即 } y = -10x + 6.5 (0 \leq x \leq 0.2).$$

线段 EF 所对应的函数表达式为 $y = 4.5 + 20(x - 0.9)$,

$$\text{即 } y = 20x - 13.5 (0.9 \leq x \leq 1). \quad (6 \text{ 分})$$

(3) 由题意可知，小明第一次经过丙地在 AB 段，第二次经过丙地在 EF 段.

设小明出发 a 小时第一次经过丙地，

则小明出发后 (a + 0.85) 小时第二次经过丙地.

$$6.5 - 10a = 20(a + 0.85) - 13.5.$$

$$\text{解得 } a = \frac{1}{10}. \quad \frac{1}{10} \times 10 = 1(\text{千米}).$$

答：丙地与甲地之间的路程为 1 千米。 (10 分)

23. (1) ∵ 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 A(0, 1)、B(4, 1),

$$\therefore \begin{cases} c = 1, \\ -8 + 4b + c = 1. \end{cases} \therefore \begin{cases} b = 2, \\ c = 1. \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1. \quad (1 \text{ 分})$$

(2) 要使 $\triangle PQR \cong \triangle MNS$ ，只需使 $PQ = MN$.

$$\therefore -\frac{1}{2}m^2 + 2m + 1 - 1 = 4 - \left[-\frac{1}{2}(4 - 2m)^2 + 2(4 - 2m) + 1 \right].$$

$$\text{整理，得 } 5m^2 - 12m + 6 = 0. \text{ 解得 } m_1 = \frac{6 + \sqrt{6}}{5}, m_2 = \frac{6 - \sqrt{6}}{5}.$$

$$\therefore \text{当 } m = \frac{6 + \sqrt{6}}{5} \text{ 或 } \frac{6 - \sqrt{6}}{5} \text{ 时，} \triangle PQR \cong \triangle MNS. \quad (5 \text{ 分})$$

$$(3) PQ + MN = -\frac{1}{2}m^2 + 2m + 1 - 1 + 4 - \left[-\frac{1}{2}(4 - 2m)^2 + 2(4 - 2m) + 1 \right].$$

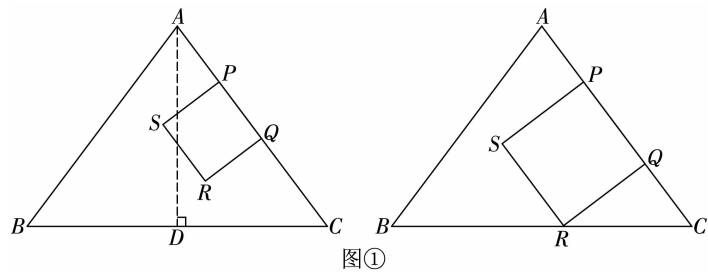
$$\text{整理，得 } PQ + MN = \frac{3}{2}m^2 - 2m + 3 = \frac{2}{3} \left(m - \frac{2}{3} \right)^2 + \frac{7}{3}, \text{ 其中 } 0 < m < 2.$$

$$\therefore a = \frac{3}{2} > 0, \text{ 且 } 0 < \frac{2}{3} < 2,$$

$$\therefore \text{当 } m = \frac{2}{3} \text{ 时 } PQ + MN \text{ 最小，值为 } \frac{7}{3}. \quad (7 \text{ 分})$$

$$(4) m = \frac{4}{3} \text{ 或 } \sqrt{3} - 1 \text{ 或 } \frac{1 + \sqrt{33}}{4}. \quad (10 \text{ 分})$$

24. (1)如图①, 作 $AD \perp BC$ 于点 D .



$$\because AB=AC, BC=6, \therefore DC=\frac{1}{2}BC=3.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, } AD=\sqrt{AC^2-DC^2}=\sqrt{25-9}=4.$$

$$\therefore \tan C = \frac{4}{3}.$$

(2分)

(2)当点 Q 在 AC 边上时, 如图②, $QC=5-2t, QR=PQ=t$.

$$\text{在 Rt}\triangle QRC \text{ 中, } \tan C = \frac{t}{5-2t} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore t = \frac{20}{11}.$$

当点 Q 在 BC 边上时, 如图③,

$$QC=2t-5, PC=5-t.$$

$$\text{由题意, } \cos C = \frac{3}{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle QPC \text{ 中, } \cos \angle C = \frac{2t-5}{5-t} = \frac{3}{5}, \therefore t = \frac{40}{13}.$$

综上所述, 点 R 在 BC 边上时 t 的值 $\frac{20}{11}$ 或 $\frac{40}{13}$. (6分)

(3)当 $0 < t < \frac{20}{11}$ 时, $S=t^2$. (7分)

$$\text{当 } \frac{20}{11} < t < 2.5 \text{ 时, } S=t^2 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \left[t - \frac{4}{3}(5-2t) \right]^2 = -\frac{97}{24}t^2 + \frac{55}{3}t - \frac{50}{3}. \quad (9 \text{分})$$

(4) $0 < t < \frac{20}{11}$ 或 $\frac{30}{13} < t < \frac{260}{63}$. (12分)

数学试卷(六)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. D 2. B 3. C 4. A 5. B 6. C 7. B 8. C

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. $x^6 y^3$ 10. $m(m-2)^2$ 11. 65 12. 20 13. $(-\frac{3}{2}, 0)$

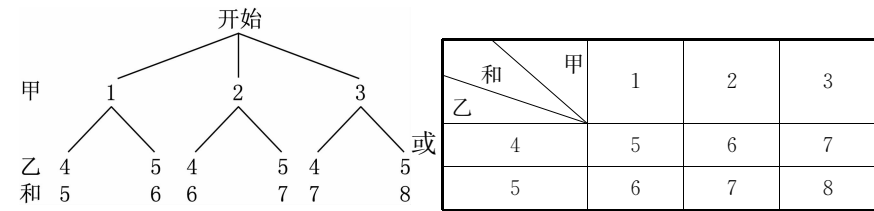
14. $2\sqrt{3}$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= a^2 - 2ab + a^2 + 2ab + b^2 = 2a^2 + b^2$. (4分)

当 $a=-1, b=\sqrt{2}$ 时, 原式 $= 2 \times (-1)^2 + (\sqrt{2})^2 = 2+2=4$. (6分)

16.



(4分)

$$\text{所以 } P(\text{两个数字之和能被 } 3 \text{ 整除}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

(6分)

17. 设原计划平均每天生产机器 x 台.

$$\text{根据题意, 得 } \frac{800}{x+50} = \frac{600}{x}. \quad (3 \text{分})$$

解得 $x=150$. (5分)

经检验, $x=150$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 原计划平均每天生产机器 150 台. (6分)

18. $\because AE \parallel BC, DE \parallel AB,$

\therefore 四边形 $ABDE$ 是平行四边形.

$\therefore AE=BD$. (3分)

$\because AB=AC, AD$ 平分 $\angle BAC,$

$\therefore AD \perp BC, BD=CD.$

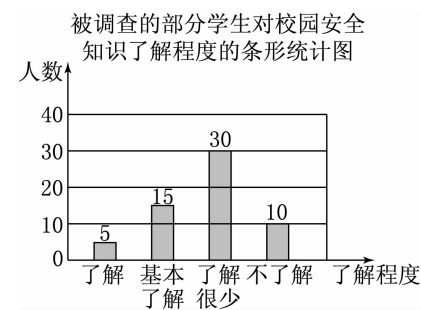
$\therefore \angle ADC=90^\circ, AE=CD.$

$\because AE \parallel CD, \therefore$ 四边形 $ADCE$ 是平行四边形.

$\because \angle ADC=90^\circ, \therefore$ 四边形 $ADCE$ 是矩形. (7分)

19. (1) 60 90 (2分)

(2) 补全条形统计图如图所示.



(4分)

(3) 因为 $900 \times \frac{15+5}{60} = 300$ (人),

所以该中学学生中对校园安全知识达到“了解”和“基本了解”程度的总人数约为 300 人. (7分)

20. (1) 在 $\text{Rt}\triangle ALR$ 中, $AR=6\text{km}, \angle ARL=42.4^\circ,$

$$\cos \angle ARL = \frac{LR}{AR},$$

$$\therefore LR = AR \cdot \cos \angle ARL = 6 \times \cos 42.4^\circ = 6 \times 0.738 \approx 4.43(\text{km}).$$

答: 发射台与雷达站之间的距离 LR 约为 4.43km. (3分)

(2) 在 $\text{Rt}\triangle BLR$ 中, $LR=4.43\text{km}$, $\angle BRL=45.5^\circ$,

$$\tan\angle BRL = \frac{BL}{LR},$$

$$\therefore BL = LR \cdot \tan\angle BRL = 4.43 \times \tan 45.5^\circ = 4.43 \times 1.018 \approx 4.510(\text{km}).$$

在 $\text{Rt}\triangle ALR$ 中, $\sin\angle ARL = \frac{AL}{AR}$,

$$\therefore AL = AR \cdot \sin\angle ARL = 6 \times \sin 42.4^\circ = 6 \times 0.674 = 4.044(\text{km}).$$

$$\therefore AB = BL - AL = 4.510 - 4.044 = 0.466 \approx 0.47(\text{km}).$$

$$\therefore 0.47 \div 1 = 0.47(\text{km/s}).$$

答: 这枚火箭从 A 到 B 的平均速度约为 0.47km/s. (7分)

21. (1) $3\ 000 \div (50 - 30) = 3\ 000 \div 20 = 150(\text{米/分})$,

所以张强返回时的速度为 150 米/分. (2分)

(2) 设直线 AC 所对应的函数表达式为 $y = -150x + b$.

将点 (30, 3 000) 代入,

$$\text{得 } -150 \times 30 + b = 3\ 000.$$

解得 $b = 7\ 500$.

所以直线 AC 所对应的函数表达式为 $y = -150x + 7\ 500$.

$$\text{当 } x = 45 \text{ 时, } y = -150 \times 45 + 7\ 500 = 750.$$

所以点 B 的坐标为 (45, 750).

设直线 BD 所对应的函数表达式为 $y = mx + n$.

将点 (0, 3 000), (45, 750) 代入,

$$\text{得 } \begin{cases} n = 3\ 000, \\ 45m + n = 750. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m = -50, \\ n = 3\ 000. \end{cases}$$

所以直线 BD 所对应的函数表达式为 $y = -50x + 3\ 000$.

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } x = 60.$$

$$60 - 50 = 10.$$

所以妈妈比按原速返回提前 10 分钟到家. (5分)

(3) $x = \frac{58}{3}$, $x = \frac{62}{3}$, $x = 44$. (8分)

22. 【探究发现】画图如图①. (2分)

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore AB = BC$, $\angle ABC = \angle C = 60^\circ$.

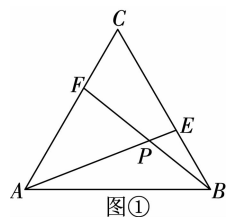
$\because BE = CF$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF$.

$\therefore \angle BAE = \angle CBF$.

$\therefore \angle BPE = \angle BAE + \angle ABP$,

$\therefore \angle BPE = \angle CBF + \angle ABP = \angle ABC = 60^\circ$. (6分)



【拓展提升】如图②, 连结 BD 交 AE 于点 Q.

\because 四边形 ABCD 是菱形,

$\therefore AB = AD = DC$, $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.

$\because \angle ABC = 120^\circ$,

$\therefore \angle BAD = \angle C = 60^\circ$.

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形.

$\therefore \angle ABD = \angle C = 60^\circ$.

$\because \angle BAE = \angle CDE$, $AB = DC$,

$\therefore \triangle ABQ \cong \triangle DCE$.

$\therefore BQ = CE$.

$\because DF = CE$,

$\therefore DF = BQ$.

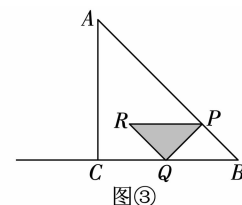
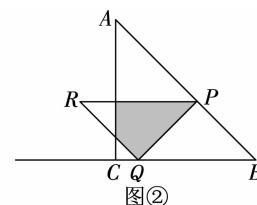
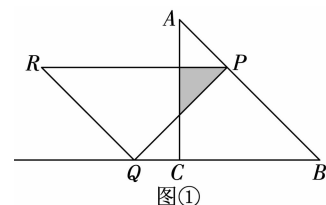
由【探究发现】的结论, 得 $\angle BPE = \angle ABD = 60^\circ$. (9分)

23. (1) 4 (2分)

(2) 当 $0 < x \leq 4$ 时, 如图①. $S = \frac{1}{2}t^2$.

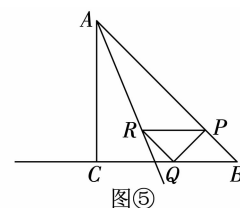
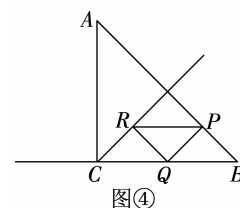
当 $4 < x \leq \frac{16}{3}$ 时, 如图②. $S = \frac{1}{2}(8\sqrt{2} - \sqrt{2}t)^2 - \frac{1}{2}(16 - 2t - t)^2 = -\frac{7}{2}t^2 + 32t - 64$.

当 $\frac{16}{3} < x < 8$ 时, 如图③. $S = \frac{1}{2}(8\sqrt{2} - \sqrt{2}t)^2 = t^2 - 16t + 64$. (8分)



(3) $t = 6$, $t = \frac{32}{5}$. (10分)

【提示】如图④~⑤.



24. (1) \because 直线 $y = -x + 2$ 交 x 轴于点 A,

\therefore 点 A 的坐标为 (2, 0).

\because 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ 经过点 A,

$$\therefore 4a + 2b - 2 = 0.$$

$$\therefore b = 1 - 2a.$$

(2分)

(2) ∵ 点 D 的横坐标为 8, 且点 D 在直线 $y = -x + 2$ 上,

∴ 点 D 的坐标为 $(8, -6)$.

∵ 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ 经过点 D , 且 $b = 1 - 2a$,

$$\therefore 64a + 8(1 - 2a) - 2 = -6.$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}.$$

(5 分)

(3) ∵ $a = -\frac{1}{4}$,

∴ 抛物线所对应的函数表达式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 2$.

∵ 点 E 的横坐标为 m ,

$$\therefore E(m, -m + 2), F\left(m, -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m - 2\right).$$

当 $0 < m < 2$ 时, 如图①.

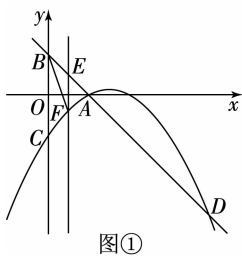
$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \left[(-m + 2) - \left(-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m - 2\right) \right] \times 2 \\ &= \frac{1}{4}m^2 - \frac{5}{2}m + 4. \end{aligned}$$

当 $5 \leq m < 8$ 时, 如图②.

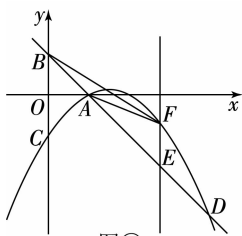
$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \left[\left(-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m - 2\right) - (-m + 2) \right] \times 2 \\ &= -\frac{1}{4}m^2 + \frac{5}{2}m - 4. \end{aligned}$$

(4) $(4, -2)$, $(2\sqrt{2}, 2 - 2\sqrt{2})$, $(2\sqrt{2}, -2 - 2\sqrt{2})$.

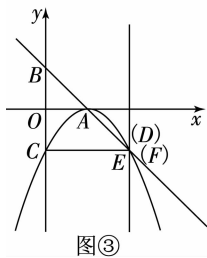
【提示】如图③~⑤.



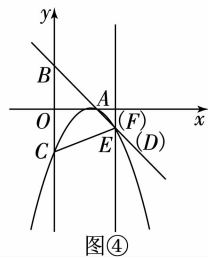
图①



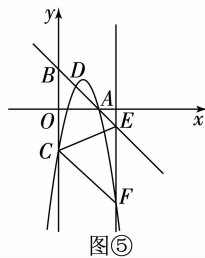
图②



图③



图④



图⑤

数学试卷(七)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. A 2. B 3. C 4. C 5. D 6. D 7. C 8. B

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. $9a^2$ 10. $<$ 11. 3 12. 1 13. $\sqrt{5}\pi$ 14. $>$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= a^2 - 2a + 1 + a^2 + 2a = 2a^2 + 1$.

当 $a = \sqrt{2}$ 时, 原式 $= 2 \times (\sqrt{2})^2 + 1 = 5$.

16. 设购进的文学书的单价是每本 x 元,

$$\text{根据题意, 得 } \frac{12\,000}{x+4} = \frac{8\,000}{x}.$$

解得 $x = 8$.

经检验 $x = 8$ 是方程的解, 并且符合题意.

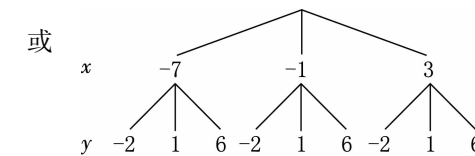
$$\therefore x + 4 = 12.$$

答: 购进的文学书和科普书的单价分别是 8 元和 12 元.

17. 列表法如下:

树状图法如下:

| | | | | |
|------------------|--|------------|------------|-----------|
| $x \backslash y$ | | -7 | -1 | 3 |
| -2 | | $(-7, -2)$ | $(-1, -2)$ | $(3, -2)$ |
| 1 | | $(-7, 1)$ | $(-1, 1)$ | $(3, 1)$ |
| 6 | | $(-7, 6)$ | $(-1, 6)$ | $(3, 6)$ |



A 的坐标为 $(-7, -2)$, $(-7, 1)$, $(-7, 6)$, $(-1, -2)$, $(-1, 1)$,

$(-1, 6)$, $(3, -2)$, $(3, 1)$, $(3, 6)$.

18. 在 $\square ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAC = \angle BCA.$$

$$\therefore AE = CF, AM = CN,$$

$$\therefore \triangle AEM \cong \triangle CFN.$$

$$\therefore EM = FN, \angle AME = \angle CNF.$$

$$\therefore \angle EMN = \angle FNM.$$

$$\therefore EM \parallel FN.$$

∴ 四边形 $EMFN$ 是平行四边形.

19. 过点 A 作 $AE \perp MN$ 于 E , 过点 C 作 $CF \perp MN$ 于 F ,

$$\text{则 } EF = AB - CD = 1.7 - 1.5 = 0.2.$$

在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中,

$$\angle AEM = 90^\circ, \angle MAE = 45^\circ,$$

$$\therefore AE = ME.$$

设 $AE = ME = x$ (不设参数也可),

$$\therefore MF = x + 0.2, FC = 23 - x.$$

在 $\text{Rt}\triangle MFC$ 中, $\angle MFC = 90^\circ, \angle MCF = 30^\circ$,

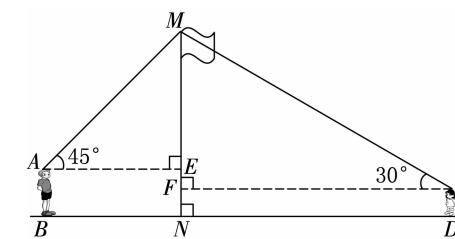
$$\therefore MF = CF \cdot \tan \angle MCF.$$

$$\therefore x + 0.2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(23 - x).$$

$$\therefore x \approx 8.2.$$

$$\therefore MN = 8.2 + 1.7 \approx 10 \text{ (米)}.$$

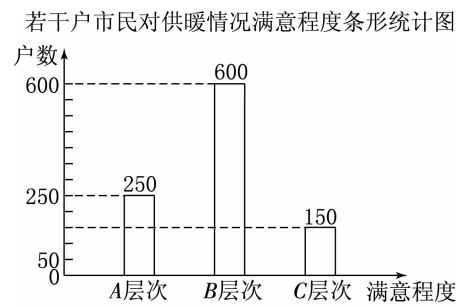
答: 旗杆高约为 10 米.



20. (1) $250 \div 25\% = 1\ 000$ (户).

C 层次的户数为 $1\ 000 - 600 - 250 = 150$ (户).

补全条形统计图如下:



(2) $16\ 000 \times \left(0.25 + \frac{600}{1\ 000}\right) = 13\ 600$ (户).

21. (1) 洒水车给树林浇水总量为 $50 \times 7 = 350$,
 $a = 650 - 50 \times 7 = 300$.

$\therefore a$ 的值为 300.

(2) 设所求函数表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$.

将点 $(9, 300)$, $(19, 0)$ 代入,

$$\text{得} \begin{cases} 9k + b = 300, \\ 19k + b = 0. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -30, \\ b = 570. \end{cases}$$

$\therefore y = -30x + 570 (9 \leq x \leq 19)$.

(3) $\because y = -30x + 570$,

\therefore 当 $x = 15$ 时, $y = -30 \times 15 + 570 = 120$.

$\therefore 650 - 120 = 530$ (升).

\therefore 当 $x = 15$ 时, 洒水车共浇水 530 升.

22. 证明: $\because DE \parallel BC$,

$\therefore \angle ADE = \angle B, \angle A'DE = \angle DMB$.

由翻折, 得 $\angle ADE = \angle A'DE$.

$\therefore \angle B = \angle DMB$.

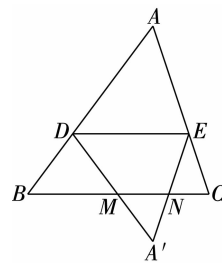
$\therefore DB = DM$.

探究: 由翻折, 得 $A'D = AD$.

$\because \frac{AD}{DB} = 2, DB = DM$,

$\therefore \frac{A'D}{DM} = 2$.

$\therefore \frac{A'M}{A'D} = \frac{1}{2}$.



$\because DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle A'MN \sim \triangle A'DE$.

$\therefore \frac{MN}{DE} = \frac{A'M}{A'D} = \frac{1}{2}$.

$\because DE = 6$,

$\therefore MN = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.

拓展: $a - \frac{a}{n} (n > 1)$ 或 $\frac{a}{n} - a (0 < n < 1)$

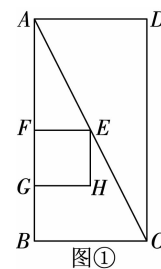
23. (1) 点 E 到边 AB 的距离为 t .

(2) 当点 G 落在边 AB 上时, 如图①.

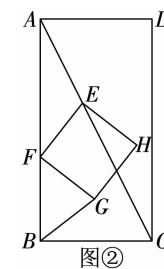
$\because AF = 2t, BF = 2t$,

$\therefore 2t + 2t = 4$.

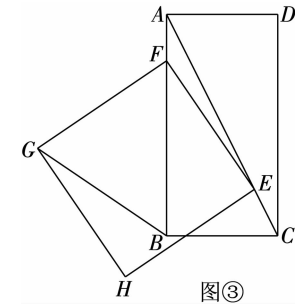
解得 $t = 1$.



图①



图②



图③

(3) 当 $0 < t < 1$ 时, 如图②.

$S = \frac{1}{2} \cdot 2t(4 - 4t)$,

$\therefore S = -4t^2 + 4t$.

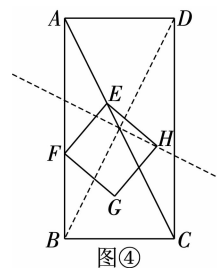
当 $1 < t \leq 2$ 时, 如图③.

$S = \frac{1}{2} \cdot 2t(4t - 4)$,

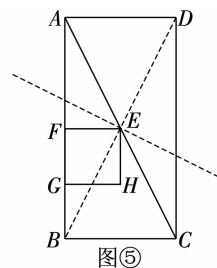
$\therefore S = 4t^2 - 4t$.

(4) $\frac{7}{9}, 1, \frac{5}{4}$.

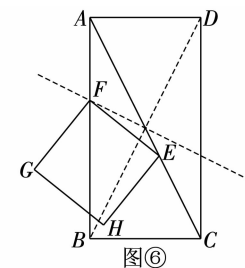
【提示】如图④~⑥.



图④



图⑤



图⑥

24. (1) ∵ 抛物线 $y = a(x-2)^2 - 4$ 与 y 轴交于点 $A(0, -2)$,
 $\therefore -2 = 4a - 4$, 解得 $a = \frac{1}{2}$.
 \therefore 这条抛物线所对应的函数表达式为 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 4$.
 即 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$.
- (2) ∵ 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 4$ 的对称轴为直线 $x = 2$, 且点 C 的横坐标为 m ,
 \therefore 当 $m < 2$, 且 $m \neq 0$ 时, $CD = 4 - 2m$.
 当 $m > 2$ 时, $CD = 2m - 4$.
- (3) ∵ $B(2, -4)$, $E(2, \frac{1}{2}m^2 - 2m - 3)$,
 $\therefore BE = \frac{1}{2}m^2 - 2m + 1$ 或 $BE = -\frac{1}{2}m^2 + 2m - 1$.
 $\therefore S_1 = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (\frac{1}{2}m^2 - 2m)$ 或 $S_1 = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (-\frac{1}{2}m^2 + 2m)$,
 $S_2 = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (\frac{1}{2}m^2 - 2m + 1)$ 或 $S_2 = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot (-\frac{1}{2}m^2 + 2m - 1)$.
 $\therefore S_2 = \frac{2}{3}S_1$,
 $\therefore 4 \cdot (\frac{1}{2}m^2 - 2m) = 3 \cdot (\frac{1}{2}m^2 - 2m + 1)$
 或 $4 \cdot (-\frac{1}{2}m^2 + 2m) = -3 \cdot (-\frac{1}{2}m^2 + 2m - 1)$.
 解得 $m = 2 \pm \sqrt{10}$ 或 $m = \frac{14 \pm \sqrt{154}}{7}$.
- (4) $(-1, -2)$, $(-1, 3)$, $(5, -2)$, $(5, 3)$.

数学试卷(八)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. C 2. B 3. D 4. C 5. D 6. A 7. C 8. C

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. $4\sqrt{2}$ 10. -2 11. -1 12. -1 13. 2π 14. $90 - \frac{80}{2^{n-1}}$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x}{x-1} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$. (4 分)

当 $x = \sqrt{2} + 1$ 时, 原式 $= \frac{1}{\sqrt{2} + 1 - 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (6 分)

16. (1) 甲
- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | | 3 | | 4 | |
| 乙 | 2 | 4 | 2 | 4 | 2 | 4 |
| 和 | 4 | 6 | 5 | 7 | 6 | 8 |
- (2 分)

所以 $P(\text{和为 } 5) = \frac{1}{6}$. (4 分)

- (2) 和为 6 时概率最大. (6 分)

17. 设李叔叔购买“无核荔枝” x 千克, 购买“鸡蛋芒果” y 千克,

由题意, 得 $\begin{cases} x + y = 30, \\ 26x + 22y = 708. \end{cases}$ (4 分)

解得 $\begin{cases} x = 12, \\ y = 18. \end{cases}$

答: 李叔叔购买“无核荔枝”12 千克, 购买“鸡蛋芒果”18 千克. (6 分)

18. ∵ $OM = ON = a$, $MA = NA = b$, $OA = OA$,

$\therefore \triangle OAM \cong \triangle OAN$ (SSS).

$\therefore \angle AMO = \angle ANO$. (6 分)

19. 过点 A 作 $AD \perp BE$ 于 D ,

设山的高度 AD 为 x 米,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中,

$\angle ADB = 90^\circ$, $\tan 31^\circ = \frac{AD}{BD}$,

$\therefore BD = \frac{AD}{\tan 31^\circ} \approx \frac{x}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}x$.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle ADC = 90^\circ$, $\tan 39^\circ = \frac{AD}{CD}$,

$\therefore CD = \frac{AD}{\tan 39^\circ} \approx \frac{x}{\frac{9}{11}} = \frac{11}{9}x$. (4 分)

$\therefore BC = BD - CD$,

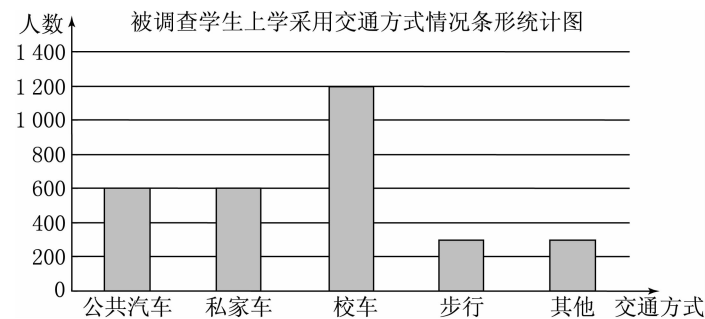
$\therefore \frac{4}{3}x - \frac{11}{9}x = 80$.

解得 $x = 180$.

即山的高度为 180 米. (7 分)

20. (1) $a = 600 \div 20\% = 3000$. (2 分)

(2) 如图所示:



圆心角的度数为 $\frac{600}{3000} \times 360^\circ = 72^\circ$. (6 分)

- (3) $15000 \times 40\% = 6000$.

答: 估计其中坐校车上学的人数约为 6000 人. (8 分)

21. (1)2

276

4

(2)①设快车追上慢车需要 x 小时.

$$\frac{x+2}{18} = \frac{x}{14-2},$$

解得 $x=4$.

② $v_{\text{慢}} = 276 \div 6 = 46$.

$v_{\text{快}} = 276 \div 4 = 69$.

③ $\frac{276}{y-276} = \frac{2}{18-14}$,

解得 $y=828$.

所以全程为 828 千米.

注: 三个问题答对一个即可得全分.

22. (1) \because 等对角四边形 $ABCD$, $\angle A \neq \angle C$,

$\therefore \angle D = \angle B = 80^\circ$.

$\therefore \angle C = 360^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 130^\circ$.

(2) 连结 BD ,

$\because AB=AD$,

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$.

$\because \angle ABC = \angle ADC$,

$\therefore \angle ABC - \angle ABD = \angle ADC - \angle ADB$.

$\therefore \angle CBD = \angle CDB$.

$\therefore CB=CD$.

(3) $\sqrt{34}$

23. (1) $l_2: y = -x^2 + 4$.

(2) 在 $\square ABCD$ 中, $OA=OC$, $OB=OD$.

设点 B 坐标为 (a, b) , 则点 D 坐标为 $(-a, -b)$.

\because 点 B 在 l_1 上,

$\therefore b = a^2 - 4$.

把 $x = -a$ 代入 l_2 ,

$y = -a^2 + 4 = -b$.

即点 $D(-a, -b)$ 在 l_2 上.

(3) 当 $y=0$ 时, $x_1=2$, $x_2=-2$.

$\therefore AC=4$.

$S_{\square ABCD} = AC \times (-y_B) = -4x^2 + 16$.

当 $x=0$ 时, 即 $\square ABCD$ 为菱形时, 面积最大;

最大值为 16.

(1分)

(2分)

(3分)

(7分)

(5分)

(7分)

(7分)

(2分)

(4分)

(7分)

(10分)

(2分)

(6分)

(8分)

(9分)

(10分)

24. (1) 如图, 过 P 作 $PD \perp AC$ 于点 D , $PE \perp BC$ 于点 E .

$\because \angle ACB = 90^\circ$, $CA=3$, $CB=4$,

$\therefore AB=5$.

$\because AP=t$,

$\therefore AD = \frac{3}{5}t$, $PD = \frac{4}{5}t$.

$\therefore PE = DC = 3 - \frac{3}{5}t$.

$\therefore S = \frac{1}{2}t \cdot \left(3 - \frac{3}{5}t\right)$.

$\therefore S = -\frac{3}{10}t^2 + \frac{3}{2}t$.

当 $t = \frac{5}{2}$ 时, $S_{\text{大}} = \frac{15}{8}$.

(2) 只当 $PC^2 + PQ^2 = CQ^2$ 时, $\triangle CPQ$ 为直角三角形.

$$\left(\frac{4}{5}t\right)^2 + \left(3 - \frac{3}{5}t\right)^2 + \left(3 - \frac{3}{5}t\right)^2 + \left(t - \frac{4}{5}t\right)^2 = t^2.$$

解得 $t_1=3$, $t_2=15$ (舍).

$\therefore t=3$.

(3)① $\triangle CPQ$ 不可能为正三角形.

理由: 若 $\triangle CPQ$ 为正三角形, 则 $PC=PQ$, $EC=EQ$.

即 $t - \frac{4}{5}t = \frac{4}{5}t$.

$\therefore t=0$.

$\therefore t > 0$ 时, 不可能有 $CE=QE$.

$\therefore \triangle CPQ$ 不可能为正三角形.

② 设点 Q 的速度为 a .

当 $CE=QE$.

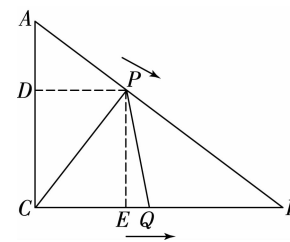
即 $\frac{4}{5}t = at - \frac{4}{5}t$.

$a = \frac{8}{5}$.

当 $\angle PCQ = 60^\circ$ 时,

$PE = \sqrt{3}PD$.

$t = \frac{20\sqrt{3}-15}{13}$.



(2分)

(3分)

(6分)

(7分)

(8分)

(10分)

(12分)

数学试卷(九)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. A 2. B 3. D 4. C 5. A 6. C 7. D 8. B

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. $-\sqrt{3}$ 10. 4 11. 4 12. 4 13. 40 14. $\frac{1}{2}$

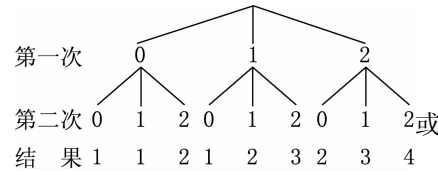
三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $=x^2+6x+9+x^2-4-2x^2$ (2 分)

$=6x+5.$ (4 分)

当 $x=-\frac{1}{3}$ 时, 原式 $=6 \times (-\frac{1}{3})+5=3.$ (6 分)

16.



| | | | | | |
|-----|-----|---|---|---|--|
| | 第一次 | 0 | 1 | 2 | |
| 结果 | 第一次 | 0 | 1 | 2 | |
| 第二次 | 0 | 0 | 1 | 2 | |
| | 1 | 1 | 2 | 3 | |
| | 2 | 2 | 3 | 4 | |

所以 $P(\text{小明两次抽出的卡片上的数字之和是偶数}) = \frac{5}{9}.$ (6 分)

17. 设小王原来乘公交车上班需 x 小时.

根据题意, 得 $\frac{17.5}{\frac{7}{8}x} - \frac{17.5}{x} = 5.$ (3 分)

解得 $x=0.5.$ (4 分)

经检验, $x=0.5$ 是原方程的解, 且符合题意. (5 分)

答: 小王原来乘公交车上班需 0.5 小时. (6 分)

18. $\because AE \parallel BF,$

$\therefore \angle CAD = \angle ACB.$ (1 分)

$\because AC$ 是 $\angle BAD$ 的平分线,

$\therefore \angle BAC = \angle CAD.$ (2 分)

$\therefore \angle BAC = \angle ACB.$ (3 分)

$\therefore AB = CB.$ (4 分)

同理, $AB = AD.$ (5 分)

$\therefore AC$ 垂直平分 $BD.$ (6 分)

$\therefore BC = CD.$ (7 分)

$\therefore AB = BC = CD = AD.$ (8 分)

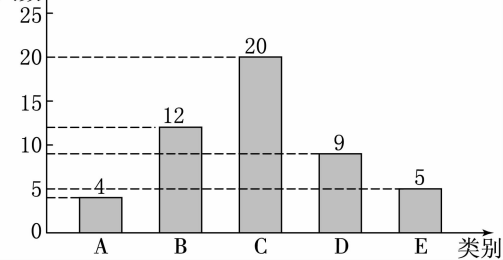
\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形. (9 分)

19. (1) $20 \div 40\% = 50$ 人. (2 分)

答: 学生会一共调查了 50 名学生.

(2) 5 (3 分)

如图所示. 部分学生使用手机时间的条形统计图



(3) $900 \times \frac{5}{50} = 90$ 人. (7 分)

答: 该校初三年级中约有 90 人患有严重的“手机瘾”.

20. 如图, 过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为 $D.$ (1 分)

由题意, 得 $\angle BAC = 23^\circ, \angle ABC = 45^\circ, AC = 10.$

在 $Rt\triangle ADC$ 中, $\angle ADC = 90^\circ,$

$\therefore \sin 23^\circ = \frac{CD}{AC} = 0.39.$

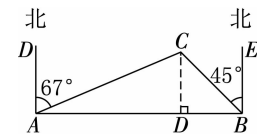
$\therefore CD = 10 \times 0.39 = 3.9.$

在 $Rt\triangle BCD$ 中, $\angle CDB = 90^\circ,$

$\therefore \sin 45^\circ = \frac{CD}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$ (3 分)

$\therefore BC = \sqrt{2}CD = 1.41 \times 3.9 = 5.499 \approx 5.5.$ (4 分)

答: 码头 B 与小岛 C 的距离是 5.5 海里. (5 分)



21. (1) 设甲、乙两地之间的距离为 S (km).

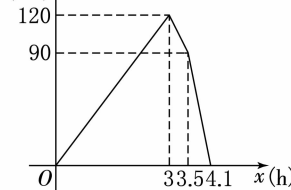
由题意, 得 $\frac{S}{60} - \frac{S}{100} = 2.$

解得 $S = 300.$ (3 分)

答: 甲、乙两地之间的距离为 300km.

(2) 当 $3\frac{1}{2} < x \leq 4\frac{1}{10}$ 时, $y = -160x + 615.$ (6 分)

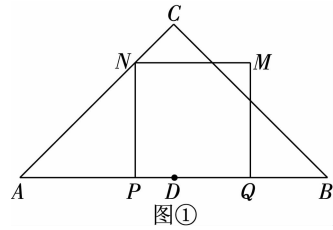
(3) 图象如图所示. y (km)



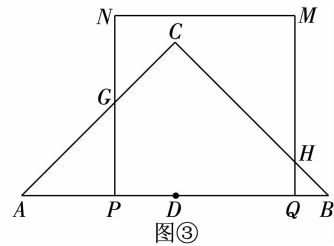
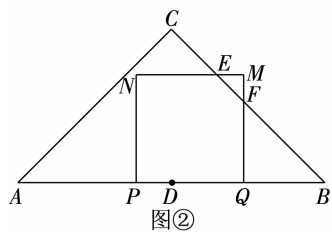
22. 探究: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,
 $\therefore \angle D = \angle C = 90^\circ$. (2分)
 $\therefore \angle DEP + \angle DPE = 90^\circ$. (3分)
 $\because EF \perp PE$,
 $\therefore \angle DEP + \angle CEF = 90^\circ$. (4分)
 $\therefore \angle DPE = \angle CEF$. (5分)
 $\therefore \triangle PDE \sim \triangle ECF$. (6分)
 应用: 2 (9分)

23. (1) 如图①.

- \because 点 D 是 AB 的中点,
 $\therefore AD = \frac{1}{2}AB = 2$.
 \because 四边形 $PQMN$ 是正方形,
 $\therefore PN = PQ = 3t$.
 $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore \angle A = \angle ANP = 45^\circ$.
 $\therefore AP = PN$.
 $\therefore 3t = 2 - t$.
 $\therefore t = \frac{1}{2}$.

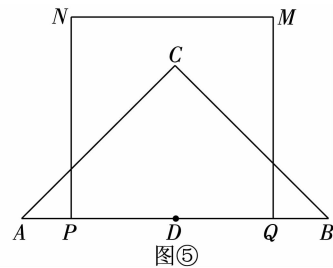
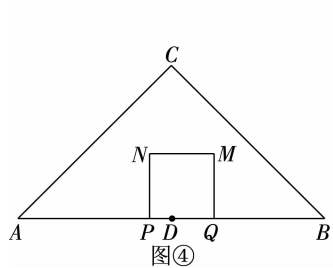


- (2) ① 当 $0 < t \leq 1$ 时, $PQ = 3t$. (3分)
 ② 当 $1 < t < 2$ 时, $PQ = 4 - t$. (4分)
 (3) ① 如图②, 当 $\frac{2}{5} < t \leq \frac{1}{2}$ 时, $S = (3t)^2 - \frac{1}{2}(5t-2)^2 = -\frac{7}{2}t^2 + 10t - 2$. (6分)
 ② 如图③, 当 $\frac{2}{3} \leq t < 1$ 时, $S = -\frac{5}{2}t^2 + 6t$. (8分)



- (4) $0 < t \leq \frac{1}{2}$ 或 $t = \frac{4}{3}$. (10分)

【提示】如图④, ⑤.



24. (1) 由题意, 得 $\begin{cases} 1-b+c=0, \\ 9+3b+c=0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b=-2, \\ c=-3. \end{cases}$
 \therefore 抛物线对应的函数表达式为 $y = x^2 - 2x - 3$. (3分)
 (2) 当点 D 在 x 轴上时, $PC \parallel BD$.
 \therefore 点 P 与点 C 关于抛物线对称轴直线 $x = 1$ 对称.
 \therefore 点 P 的坐标是 $(3, -3)$. (5分)
 (3) 当 $0 < m < 3$ 时, $S = 3m^2 - 9m$. (7分)
 当 $m < 0$ 或 $m > 3$ 时, $S = -3m^2 + 9m$. (9分)
 (4) $m = 1, m = 1 + \sqrt{5}$ 或 $m = 1 - \sqrt{5}$. (12分)

数学试卷(十)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. B 2. C 3. A 4. A 5. B 6. A 7. B 8. C

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. $\frac{5a^3}{2}$ 10. $\begin{cases} x+y=10, \\ 5\ 000x+3\ 000y=34\ 000. \end{cases}$ 11. 24 12. 48 13. $\sqrt{5}$ 14. 3

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. (1) 列表为:

| | | | | |
|---|----|----|----|----|
| | 1 | 4 | 7 | 8 |
| 1 | 11 | 14 | 17 | 18 |
| 4 | 41 | 44 | 47 | 48 |
| 7 | 71 | 74 | 77 | 78 |
| 8 | 81 | 84 | 87 | 88 |

(4分)

(2) 所以 P (这个两位数的算术平方根大于 4 且小于 7) $= \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

16. 设甲车的速度为 x 千米/时, 则乙车的速度为 $(x+30)$ 千米/时. (1分)

根据题意, 列方程得 $\frac{80}{x} = \frac{200-80}{x+30}$. (3分)

解得 $x = 60$. (4分)

经检验, $x = 60$ 是原方程的解, 且符合题意. (5分)

所以 $x + 30 = 90$.

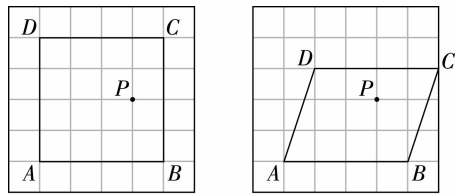
答: 甲车的速度为 60 千米/时, 则乙车的速度为 90 千米/时. (6分)

17. (1) 略

(2) ① 2 (答案不唯一, 2 左右均可.)

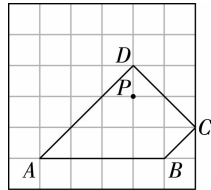
② 当 $x > 2$ 时, y 随 x 的增大而减小. (答案不唯一).

18. (1)如图①. (答案不唯一, 下图供参考)



图①

(2)如图②. (答案不唯一)



图②

19. 由题意知, $DE=CB=24$, $BE=CD=1.5$,
在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\angle AED=90^\circ$, $\angle ADE=39^\circ$,

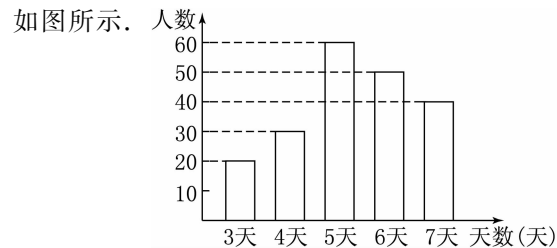
$$\tan\angle ADE = \frac{AE}{DE},$$

$$\therefore AE = DE \cdot \tan\angle ADE = 24 \times \tan 39^\circ = 24 \times 0.81 = 19.44.$$

$$\therefore AB = AE + EB = 19.44 + 1.5 = 20.94 \approx 20.9 (\text{米}).$$

答: 建筑物的高度 AB 约为 20.9 米.

20. (1) $a = 20 \div 0.1 \times 0.25 = 50$.



(2) 因为 $(60+50+40) \div 200 = 150 \div 200 = 0.75$,

$$20\,000 \times 0.75 = 15\,000 (\text{人}).$$

所以估计该市七年级学生参加社会实践活动不少于 5 天的人数约为 15 000 人.

21. (1) 2.5 3

(2) 当 $30 \leq x \leq 180$ 时, $y = -(3-2.5)(x-30) = -0.5x+90$;

当 $180 < x \leq 530$ 时, $y = (3-2.5)(x-180) = 0.5x-90$;

当 $530 < x \leq 600$ 时, $y = -2.5x+1\,500$.

(3) 甲、乙两人之间的距离不小于 100 米时, x 的取值范围是 $380 \leq x \leq 560$.

(3 分)

(3 分)

(3 分)

(7 分)

(2 分)

(4 分)

(5 分)

(6 分)

(7 分)

(2 分)

(3 分)

(5 分)

(7 分)

(9 分)

22. (1) ① =

(2 分)

② 成立. 证明如下:

$$\because \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle DAE - \angle BAE = \angle BAC - \angle BAE.$$

$$\therefore \angle DAB = \angle EAC.$$

$$\because AD = AE, AB = AC,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC.$$

$$\therefore DB = EC.$$

(3 分)

(4 分)

(5 分)

(6 分)

(8 分)

(2) 135

23. (1) 当 $m = 0.25$ 时, 点 H 坐标为 $(0.5, 0)$.

$$\therefore S = (1-0.5) \times 1 = 0.5.$$

(1 分)

(2) 当 $-1 \leq m \leq -0.5$ 时, $S = (2m+2)(m+1) = 2m^2 + 4m + 2$.

(2 分)

当 $-0.5 < m \leq 0$ 时, $S = 1 \times (m+1) = m+1$.

(3 分)

当 $0 < m \leq 0.5$ 时, $S = (1-2m) \times 1 = -2m+1$.

(4 分)

(3) 由 $(2m+2)(m+1) = 0.3$, 得 $2(m+1)^2 = 0.3$.

$$\text{解得 } m_1 = -1 + \frac{\sqrt{15}}{10}, m_2 = -1 - \frac{\sqrt{15}}{10} (\text{舍去}).$$

(5 分)

由 $m+1 = 0.3$, 得 $m = -0.7$ (舍去).

由 $-2m+1 = 0.3$, 得 $m = 0.35$.

(6 分)

综上所述, 当 $S = 0.3$ 时, m 的值为 $-1 + \frac{\sqrt{15}}{10}$ 或 0.35 .

(4) $-1, -0.25, 0, 0.5$.

(10 分)

24. (1) 由题意, 得点 B 的坐标为 $(4, -1)$.

(1 分)

\because 抛物线过点 $A(0, -1), B(4, -1)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} -1 = c, \\ -1 = -\frac{1}{2} \times 4^2 + 4b + c. \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} b = 2, \\ c = -1. \end{cases}$$

\therefore 抛物线的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$.

(3 分)

(2) ① $\because A$ 的坐标为 $(0, -1), C$ 的坐标为 $(4, 3)$.

\therefore 直线 AC 的解析式为 $y = x - 1$.

\because 点 P 在直线 AC 上滑动,

\therefore 可设 P 的坐标为 $(m, m-1)$.

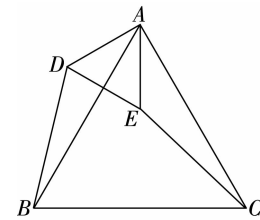
则由平移可得点 Q 的坐标为 $(m-2, m-3)$.

当点 Q 在 x 轴上时, $m-3 = 0$.

$\therefore m = 3$.

\therefore 点 P 坐标为 $(3, 2)$.

(5 分)



②若 $\triangle MPQ$ 为等腰直角三角形,则可分以下三种情况:

当 $\angle MPQ$ 为直角时, M 的坐标为 $(m+2, m-3)$.

$\because M$ 在抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ 上,

$$\therefore -\frac{1}{2}(m+2)^2 + 2(m+2) - 1 = m - 3.$$

解得 $m_1 = -4, m_2 = 2$.

\therefore 点 P 是坐标为 $(-4, -5)$ 或 $(2, 1)$.

(7分)

当 $\angle MQP$ 为直角时, M 的坐标为 $(m, m-5)$.

$\because M$ 在抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ 上,

$$\therefore -\frac{1}{2}m^2 + 2m - 1 = m - 5.$$

解得 $m_1 = 4, m_2 = -2$.

\therefore 点 P 是坐标为 $(4, 3)$ 或 $(-2, -3)$.

(9分)

当 $\angle PMQ$ 为直角时, M 的坐标为 $(m, m-3)$.

$\because M$ 在抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$ 上,

$$\therefore -\frac{1}{2}m^2 + 2m - 1 = m - 3.$$

解得 $m_1 = 1 + \sqrt{5}, m_2 = 1 - \sqrt{5}$.

\therefore 点 P 是坐标为 $(1 + \sqrt{5}, \sqrt{5})$ 或 $(1 - \sqrt{5}, -\sqrt{5})$.

(11分)

综上所述,所有符合条件的点 P 的坐标为:

$(-4, -3), (2, 1), (4, 3), (-2, -3), (1 + \sqrt{5}, \sqrt{5}), (1 - \sqrt{5}, -\sqrt{5})$.

③ $2\sqrt{5}$.

(12分)

数学试卷(十一)

一、选择题(本大题共8小题,每小题3分,共24分)

1. B 2. D 3. B 4. A 5. B 6. C 7. D 8. C

二、填空题(本大题共6小题,每小题3分,共18分)

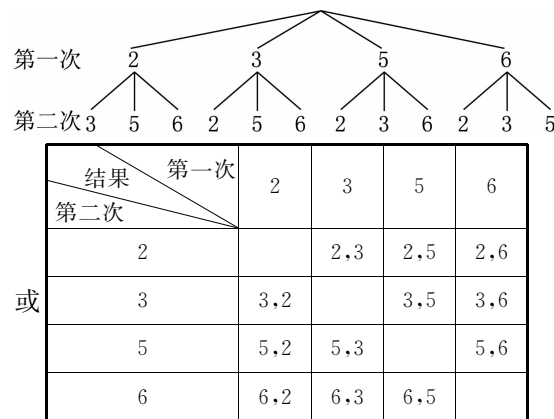
9. $\sqrt{2}$ 10. $\frac{8m}{n}$ 11. 有两个不相等的实数根 12. $1(0 < m < \frac{3}{2})$ 13. 80° 14. $\frac{3}{2}$

三、解答题(本大题共10小题,共78分)

15. 原式 $= 2b^2 + a^2 - b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = 2ab$.

当 $a = -3, b = \frac{1}{2}$ 时,原式 $= 2 \times (-3) \times \frac{1}{2} = -3$.

16.



所以 $P(\text{牌面上数字都是偶数}) = \frac{1}{6}$.

17. (1) 120~150

(2) 600

18. 在 $\square ABCD$ 中, $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$.

$\because OA = OC$,

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$.

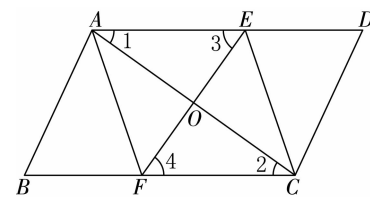
$\therefore OE = OF$.

$\because OA = OC, OE = OF$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

$\because EF \perp AC$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是菱形.



19. 设原来每小时清雪 x 米.

根据题意,得 $\frac{1600}{x} + \frac{9600 - 1600}{5x} = 4$.

解得 $x = 800$ 米,经检验 $x = 800$ 是原方程的解且符合题意.

答:原来每小时清雪 800 米.

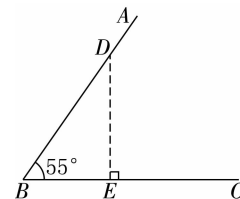
20. 在 BA 上取点 D ,过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E ,设 $DE = 3.2$.

$\because \tan 55^\circ = \frac{DE}{BE} = 1.42$,

$\therefore BE = \frac{DE}{\tan 55^\circ}$.

$\therefore BE = \frac{DE}{\tan 55^\circ} = \frac{3.2}{1.42} = 2.25 \approx 2.3$ 米.

答:至少要离此树的根部 B 点 2.3 米才能安全通过.



21. 【发现问题】

∵ $\triangle ADB$ 是等腰直角三角形, F 为斜边 AB 的中点,

∴ $\angle DFB = 90^\circ$, $DF = FA$.

∵ $\triangle ACE$ 是等腰直角三角形, G 为斜边 AC 的中点,

∴ $\angle EGC = 90^\circ$, $AG = GE$.

∵ 点 F 、 M 、 G 分别为 AB 、 BC 、 AC 边的中点,

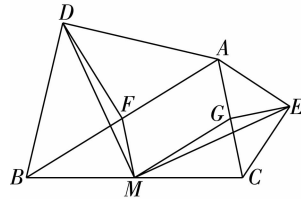
∴ $FM \parallel AC$, $MG \parallel AB$.

∴ 四边形 $AFMG$ 是平行四边形.

∴ $FM = AG$, $MG = FA$, $\angle BFM = \angle BAC$, $\angle BAC = \angle MGC$.

∴ $DF = MG$, $\angle DFM = \angle MGE$, $FM = GE$.

∴ $\triangle DFM \cong \triangle MGE$.



【拓展探究】 $\frac{9}{16}a$.

22. (1) 80(km), $\frac{4}{3}(h)$.

(2) 设所求函数表达式为 $y = kx + b$,

将点 $(0, 60)$ 、 $(\frac{3}{4}, 0)$ 代入,

$$\begin{cases} 60 = b, \\ 0 = \frac{3}{4}k + b. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -80, \\ b = 60. \end{cases}$$

所以所求函数表达式为 $y = -80x + 60$.

(3) 设线段 ED 对应的函数表达式为 $y = kx + b$,

将点 $(\frac{1}{3}, 0)$ 、 $(\frac{4}{3}, 60)$ 代入,

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{3}k + b, \\ 60 = \frac{4}{3}k + b. \end{cases}$$

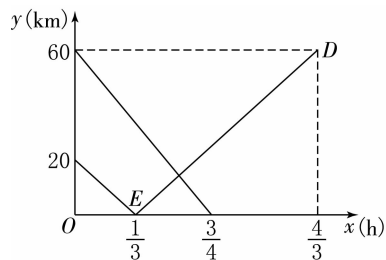
$$\text{解得 } \begin{cases} k = 60, \\ b = -20. \end{cases}$$

所以所求函数表达式为 $y = 60x - 20$.

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = -80x + 60, \\ y = 60x - 20 \end{cases} \text{ 得 } x = \frac{4}{7}.$$

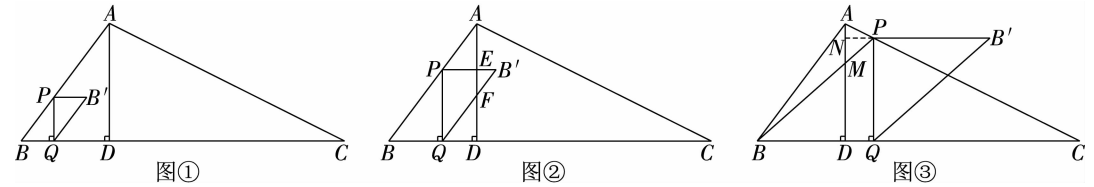
把 $x = \frac{4}{7}$ 代入 $y = -80x + 60$, 得 $y = \frac{100}{7}$.

因此, 机场大巴与货车相遇地到机场 C 的路程为 $\frac{100}{7}$ (km).



23. (1) ① 当 $0 < x < 1$ 时, 如图①, $AP = 5 - 5x$.

② 当 $1 \leq x < 5$ 时, 如图③, $AP = \sqrt{5}(x-1) = \sqrt{5}x - \sqrt{5}$.



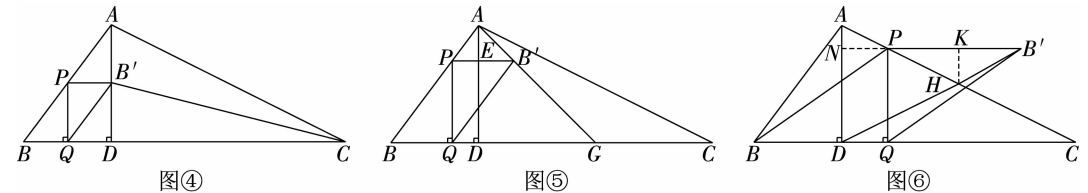
(2) ① 当 $0 < x \leq \frac{1}{2}$ 时, 如图①, $y = 12x^2$.

② 当 $\frac{1}{2} < x \leq 1$ 时, 如图②, $AP = 5 - 5x$, $PE = \frac{3}{5}AP = 3 - 3x$,

$$AE = \frac{4}{5}AP = 4 - 4x, \quad EB' = PB' - PE = 6x - 3, \quad EF = \frac{4}{3}EB' = 8x - 4.$$

$$y = -12x^2 + 24x - 6 = -12(x-1)^2 + 6.$$

(3) $x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{7}{10}$, $x = \frac{11}{6}$.



24. (1) 在 $y = (x+k)(x-3)$ 中, 令 $y = 0$, 可得 $A(3, 0)$, $B(-k, 0)$.

令 $x = 0$, 可得 $C(0, -3k)$.

设直线 AC 对应的函数表达式为 $y = mx + n$,

将点 $A(3, 0)$ 、 $C(0, -3k)$ 代入,

$$\begin{cases} 0 = 3m + n, \\ -3k = n. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m = k, \\ n = -3k. \end{cases}$$

∴ 直线 AC 对应的函数表达式为 $y = kx - 3k$.

(2) 过点 P 作 y 轴平行线交 AC 于点 Q , 交 x 轴于点 M ,

点 C 作 PM 的垂线交 PM 于点 N .

∵ 点 P 、 Q 分别在抛物线 C_1 、直线 AC 上,

$$\therefore P(2k, 6k^2 - 9k), \quad Q(2k, 2k^2 - 3k).$$

因此 $PQ = -4k^2 + 6k$,

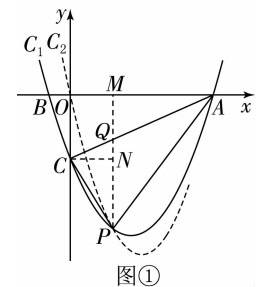
$$S_{\triangle PAC} = S_{\triangle PQC} + S_{\triangle PQA} = \frac{1}{2}PQ \cdot CN + \frac{1}{2}PQ \cdot AM$$

$$= \frac{1}{2}PQ(CN + AM) = \frac{3}{2}PQ = -6k^2 + 9k$$

$$= -6\left(k - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{27}{8}.$$

当 $k = \frac{3}{4}$ 时, $\triangle PAB$ 面积最大值是 $\frac{27}{8}$,

此时, $C_1: y = x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{9}{4}$.



(3) 由于 $P(2k, 6k^2 - 9k)$,

当 $k = \frac{1}{2}$ 时, $P_1(1, -3)$;

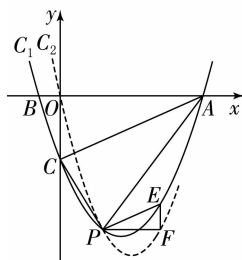
当 $k = 1$ 时, $P_2(2, -3)$.

把点 $P_1(1, -3)$ 、 $P_2(2, -3)$ 的坐标代入抛物线 $C_2: y = ax^2 + bx$,

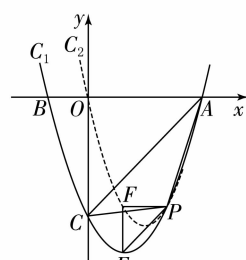
$$\therefore \begin{cases} -3 = a + b, \\ -3 = 4a + 2b. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{3}{2}, \\ b = -\frac{9}{2}. \end{cases}$$

C_2 所对应的函数表达式为: $y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x$.



图②



图③

(4) $k = \frac{1}{2}$, $k = 1$.

数学试卷(十二)

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. D 2. D 3. B 4. C 5. A 6. B 7. B 8. C

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

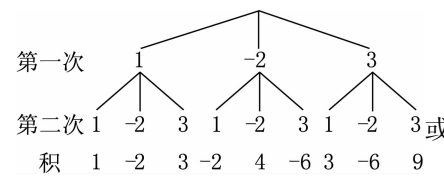
9. $(2m+1)(2m-1)$ 10. $x < 0$ 11. $m > 5$ 12. $\frac{3\pi}{8}$ 13. $\frac{7}{8}$ 14. -1

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

$$\begin{aligned} 15. \text{原式} &= \frac{x^2 - (x-1)(x+1)}{x+1} \div \frac{x-1}{x(x+1)} \\ &= \frac{x^2 - (x^2 - 1)}{x+1} \cdot \frac{x(x+1)}{x-1} \\ &= \frac{x}{x-1}. \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = -\frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2} - 1} = \frac{1}{3}.$$

16.



| | | | | |
|-----|-----|----|----|----|
| 积 | 第一次 | 1 | 2 | 3 |
| 第二次 | | | | |
| 1 | | 1 | -2 | 3 |
| -2 | | -2 | 4 | -6 |
| 3 | | 3 | -6 | 9 |

所以 $P(\text{两次摸出的小球所标数字乘积是负数}) = \frac{4}{9}$.

17. \because 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore DC \parallel AB$.

$\therefore \angle DCE = \angle BEC$.

$\because \angle DCE = \angle BAF$.

$\therefore \angle BAF = \angle BEC$.

$\therefore AF \parallel EC$.

$\because FC \parallel AE$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

18. 设该果园这两年水果产量的年平均增长率为 x .

根据题意, 得 $200(1+x)^2 = 288$.

解得 $x_1 = 0.2 = 20\%$, $x_2 = -2.2$ (不合题意, 舍去).

答: 该果园这两年水果产量的年平均增长率为 20% .

19. 如图, 过点 C 作 $CD \perp AB$, 交 AB 的延长线于点 D .

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle ADC = 90^\circ$,

$\angle CAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $AC = 170$.

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 170 = 85.$$

在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, $\angle BDC = 90^\circ$,

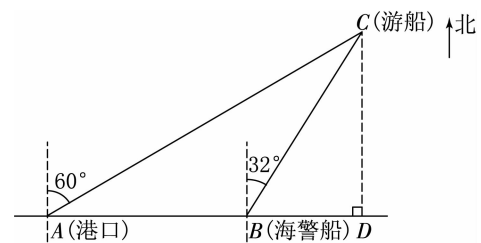
$\angle BCD = 32^\circ$,

$$\cos \angle BCD = \frac{CD}{BC},$$

$$\therefore BC = \frac{CD}{\cos \angle BCD} = \frac{85}{\cos 32^\circ} = \frac{85}{0.85} = 100.$$

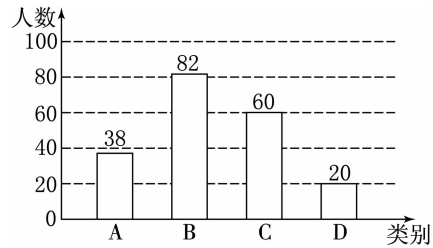
行驶时间为 $100 \div 60 \approx 1.7$ (小时),

答: 海警船到达事故船 C 处大约所需的时间为 1.7 小时.



20. (1) $n = 38 + 82 + 60 + 20 = 200$.

补图如图所示.



(2) $\frac{82}{200} \times 100\% = 41\%$.

所以选择类别 B 的学生人数占被调查的学生人数的百分比为 41%.

(3) $2\ 200 \times \frac{60+20}{200} = 880$.

所以该校 2 200 名学生平均每天课外阅读时间在 1 小时以上的人数约为 880 人.

21. (1) 设进水管的进水速度为 m L/min, 出水管的出水速度为 n L/min.

根据题意, 得 $\begin{cases} 2(n-m)=4, \\ 4m=(9-6)n. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=6, \\ n=8. \end{cases}$

所以进水管的进水速度为 6L/min, 出水管的出水速度为 8L/min.

(2) 由题意, 当 $2 \leq x \leq 6$ 时, y 与 x 之间的函数图象经过点 (2, 0) 和 (6, 24).

设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$.

由题意, 得 $\begin{cases} 2k+b=0, \\ 6k+b=24. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=6, \\ b=-12. \end{cases}$

$\therefore y = 6x - 12 (2 \leq x \leq 6)$.

22. 猜想: $\frac{3}{2}$

探究: 过点 A 作 $AF \parallel DB$, 交 BE 的延长线于点 F, 设 $DC = k$,

$\therefore DC : BC = 1 : 2$,

$\therefore BC = 2k$.

$\therefore DB = DC + BC = 3k$.

$\therefore E$ 是 AC 中点,

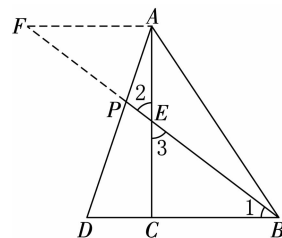
$\therefore AE = CE$.

$\therefore AF \parallel DB$,

$\therefore \angle F = \angle 1$.

又 $\therefore \angle 2 = \angle 3$,

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CEB$.



$\therefore AF = BC = 2k$.

$\therefore AF \parallel DB$,

$\therefore \triangle AFP \sim \triangle DBP$.

$\therefore \frac{AP}{PD} = \frac{AF}{DB}$.

$\therefore \frac{AP}{PD} = \frac{2}{3}$.

应用: 6

23. (1) 由题意, 得 $AE = 4t$, $EF = 5t$, $GF = AF = 3t$.

$\therefore EG = EF - GF = 2t$.

(2) $\therefore BG$ 平分 $\angle ABD$,

$\therefore \angle EBG = \angle DBG$.

$\therefore EF \parallel BD$,

$\therefore \angle EGB = \angle DBG$.

$\therefore \angle EBG = \angle EGB$.

$\therefore GE = EB$.

即 $2t = 8 - 4t$, 解得 $t = \frac{4}{3}$.

$\therefore BE = \frac{8}{3}$

(3) 当 H 点落在 BD 上时, $4t + 4t \times \frac{5}{3} = 8$, 解得 $t = \frac{3}{4}$.

当 $0 < t \leq \frac{3}{4}$ 时, $y = 3t + 4t + 5t$,

$\therefore y = 12t$.

当 $\frac{3}{4} < t < 2$ 时, $y = 3t + \frac{3}{5}(8 - 4t) + 6 - 3t + \frac{3}{4}[4t - \frac{3}{5}(8 - 4t)]$,

$\therefore y = \frac{12}{5}t + \frac{36}{5}$.

(4) $t = \frac{32}{51}$, $t = \frac{29}{15}$.

24. (1) 由题意, 得 F 点的坐标为 (3, -9a), H 点的坐标为 (3, -5a+2).

当点 F 在点 H 上方时, $FH = -9a - (-5a+2) = -4a-2$.

(2) 根据题意, 得 $(-4a-2) + 2 = 2\sqrt{3}$,

解得 $a = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(3) 当点 N 落在抛物线的对称轴上时, $-4a = 2$, 解得 $a = -\frac{1}{2}$.

此时抛物线所对应的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$.

(4) $a_1 = -1$, $a_2 = -\frac{1}{2}$, $a_3 = -\frac{2}{5}$, $a_4 = -\frac{2}{9}$.