

参考答案

数学试卷(一)

一、选择题(每小题3分,共24分)

1. B 2. B 3. A 4. C 5. C 6. A 7. B 8. D

二、填空题(每小题3分,共18分)

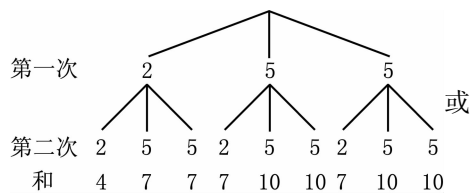
9. $y(x+2)(x-2)$ 10. 1 11. 123 12. $\frac{5}{2}$ 13. $\frac{9}{4}\pi$ 14. 4

三、解答题(本大题共10小题,共78分)

15. 原式 = $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a}{a+b} = -\frac{b}{a+b}$.

当 $a=3, b=2$ 时, 原式 = $-\frac{2}{3+2} = -\frac{2}{5}$.

16.



	和 第一次	2	5	5
第二次	2	4	7	7
	5	7	10	10
	5	7	10	10

所以 $P(\text{和为奇数}) = \frac{4}{9}$.

17. 设肖老师骑自行车每小时走 x 千米.

根据题意, 得 $\frac{15}{x} - \frac{15}{4x} = \frac{45}{60}$, 解得 $x=15$.

经检验, $x=15$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 肖老师骑自行车每小时走 15 千米.

18. (1) $\triangle ABF \cong \triangle DCE$.

$\because BE=CF, BF=BE+EF, CE=CF+EF,$
 $\therefore BF=CE.$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB=DC.$

$\because AF=DE,$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE.$

(2) $\because \triangle ABF \cong \triangle DCE,$

$\therefore \angle B = \angle C.$

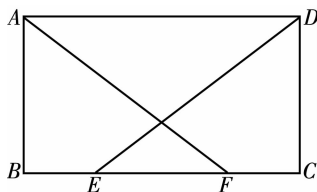
\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD.$

$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ.$

$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ.$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形.



19. (1) 由题意, 得 $DE=CB=15.2$.

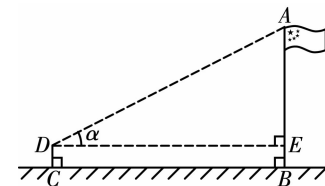
$BE=CD=1.56, \alpha=28^\circ.$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\tan\alpha = \frac{AE}{DE},$

$\therefore AE=15.2 \times 0.53=8.056.$

$\therefore AB=AE+BE=9.616 \approx 9.6\text{m}.$

答: 第四组学生测量旗杆 AB 的高为 9.6m. (2) 9.7.



20. (1) 参与调查的学生及家长总人数为 $(16+4) \div 5\% = 400$ (人).

(2) “非常了解”所对应的学生人数为 $400 - 83 - 77 - 73 - 54 - 31 - 16 - 4 = 62$.

(3) 因为调查的学生的总人数是 $62 + 73 + 54 + 16 = 205$ (人),

对“校园安全”知识达到“非常了解”和“基本了解”的学生为 $62 + 73 = 135$ (人),

所以 $1200 \times \frac{135}{205} \approx 790$ (人).

所以全校 1200 名学生中, 达到“非常了解”和“基本了解”的学生约为 790 人.

21. 问题探究:

$\because DE \parallel AC,$

$\therefore \angle ADE = \angle DAC = 40^\circ.$

$\because \angle DAB = 70^\circ, \therefore \angle AED = 70^\circ.$

$\therefore \angle AED = \angle DAB.$

$\therefore DE = AD = 4\text{cm}.$

$\therefore AC = 2DE = 8\text{cm}.$

方法拓展:

过点 D 作 $DE \parallel AC$ 交 AB 于点 $E,$

$\therefore \angle ADE = \angle DAC = 120^\circ.$

$\because \angle DAB = 30^\circ, \therefore \angle AED = 30^\circ.$

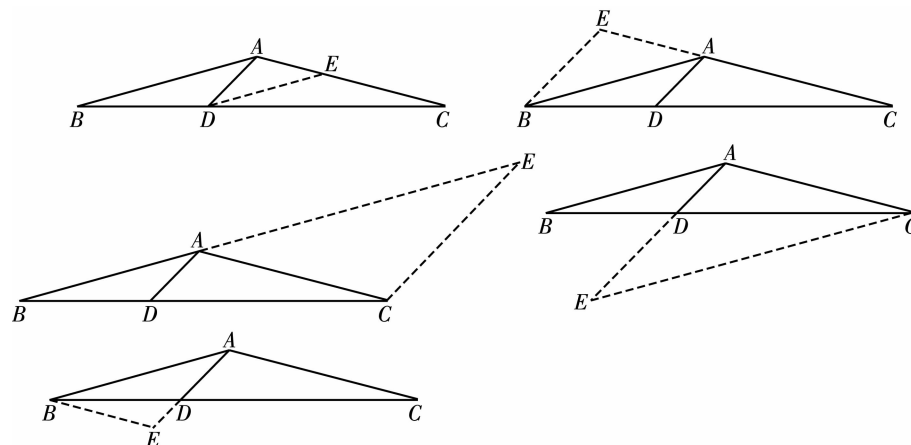
$\therefore \angle AED = \angle DAB.$

$\therefore DE = AD = 6\text{cm}.$

$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{BC},$

$\therefore AC = 3DE = 18\text{cm}.$

其他方法:



22. (1) 由图象知, 小李出发 5 小时应在返回途中.

返回时的速度为 $300 \div 3 = 100$ (km/h).

设返回时 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -100x + b$, \because 图象经过点 $(7, 0)$,

$\therefore -100 \times 7 + b = 0$, 解得 $b = 700$.

\therefore 返回时 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -100x + 700$.

(2) 小李从甲地到乙地的速度为 $300 \div 4 = 75$ (km/h).

\therefore 从甲地到乙地 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 75x$.

当距乙地 100 千米时, 与甲地相距 200 千米,

将 $y = 200$ 分别代入 $y = 75x$ 和 $y = -100x + 700$ 中, 解得 $x = \frac{8}{3}$, $x = 5$.

\therefore 小李距乙地 100 千米时离开甲地的时间为 $\frac{8}{3}$ 小时或 5 小时.

(3) 设甲地到收费站的时间为 x 小时, 则从乙地返回到收费站的时间为

$(x + \frac{7}{4})$ 小时.

由 $75x = -100(x + \frac{7}{4}) + 700$, 得 $x = 3$.

把 $x = 3$, 代入 $y = 75x$, 得 $y = 225$ (km).

\therefore 甲地与收费站之间的距离是 225 km.

23. 猜想与证明

(1) $\frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3}$.

(2) $\frac{2}{3}$.

证明: 将 $y = m^2 (m > 0)$ 代入到 $y = \frac{1}{4}x^2$, 得 $x = \pm 2m$.

$\therefore A(2m, m^2), B(-2m, m^2)$. $\therefore AB = 4m$.

将 $y = m^2 (m > 0)$ 代入到 $y = \frac{1}{9}x^2$, 得 $x = \pm 3m$.

$\therefore C(-3m, m^2), D(3m, m^2)$. $\therefore CD = 6m$.

$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{4m}{6m} = \frac{2}{3}$.

\therefore 对任意 $m (m > 0)$ 均有 $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$.

探究与应用

(1) $\frac{2}{3}$

(2) ① 当四边形 $OAEB$ 是正方形时 (如图①),

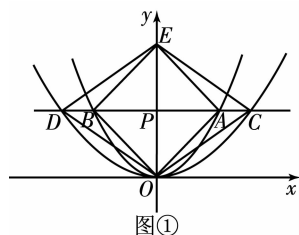
$PO = PB, PO = m^2, PB = 2m$.

$\therefore m^2 = 2m$. $\therefore m = 2 (m = 0$ 舍去).

$\therefore AB = 8, CD = 12, PO = PE = 4$.

$\therefore S_{\text{菱形}OAEB} = \frac{1}{2}AB \cdot OE = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$,

$S_{\text{菱形}OCED} = \frac{1}{2}CD \cdot OE = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$.



$\therefore S_{\text{菱形}OCED} - S_{\text{菱形}OAEB} = 48 - 32 = 16$.

② 当四边形 $OCED$ 是正方形时 (如图②),

$PE = PD, PE = PO = m^2, PD = 3m$.

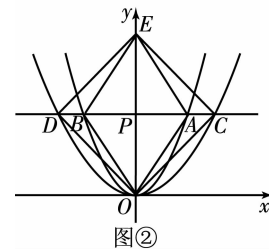
$\therefore m^2 = 3m$. $\therefore m = 3 (m = 0$ 舍去).

$\therefore AB = 12, CD = 18, PO = PE = 9$.

$\therefore S_{\text{菱形}OAEB} = \frac{1}{2}AB \cdot OE = \frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108$,

$S_{\text{菱形}OCED} = \frac{1}{2}CD \cdot OE = \frac{1}{2} \times 18 \times 18 = 162$.

$\therefore S_{\text{菱形}OCED} - S_{\text{菱形}OAEB} = 162 - 108 = 54$.



24. (1) 如图①, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ,

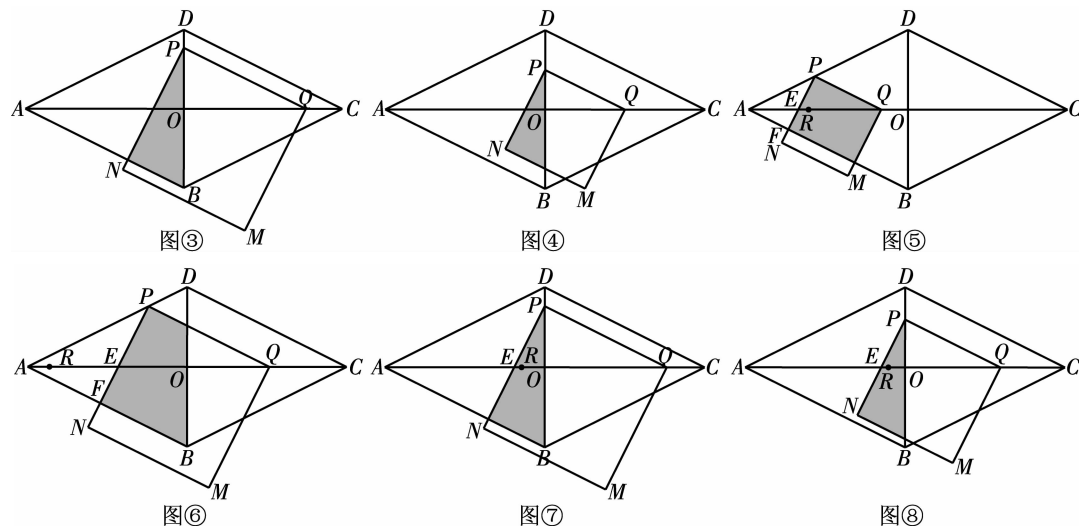
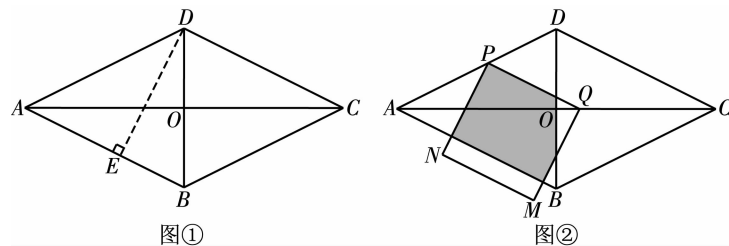
由勾股定理可求 $AD = 10$ cm, 由面积等式可求 $DE = 8$ cm.

则 $\sin \angle DAB = \frac{4}{5}$.

(2) ① 当 $1 < t < \frac{5}{4}$ 时, 如图②, $S = -80t^2 + 200t - 100 = -80(t - \frac{5}{4})^2 + 25$.

② 当 $2 < t \leq \frac{8}{3}$ 时, 如图③, $S = t^2 - 12t + 36 = (t - 6)^2$.

③ 当 $\frac{8}{3} < t < 4$ 时, 如图④, $S = \frac{25}{4}t^2 - 50t + 100 = \frac{25}{4}(t - 4)^2$.



(3) $\frac{4}{7} < t < \frac{8}{9}$ 或 $\frac{12}{5} < t < \frac{20}{7}$ 且 $t \neq \frac{8}{3}$.

或者写成: $\frac{4}{7} < t < \frac{8}{9}$ 或 $\frac{12}{5} < t < \frac{8}{3}$ 或 $\frac{8}{3} < t < \frac{20}{7}$.

数学试卷(二)

一、选择题(每小题3分,共24分)

1. B 2. B 3. A 4. D 5. A 6. C 7. A 8. D

二、填空题(每小题3分,共18分)

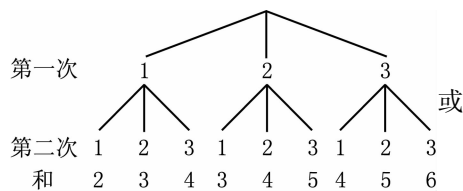
9. $2m(m+5)$ 10. $(3a+5b)$ 11. 20 12. 105 13. 4 14. $0 < x < 4$

三、解答题(本大题共10小题,共78分)

15. 原式 = $\left(\frac{x-2}{x-2} + \frac{1}{x-2}\right) \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x-1)^2} = \frac{x-1}{x-2} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x-1)^2} = \frac{x+2}{x-1}$.

当 $x=3$ 时, 原式 = $\frac{3+2}{3-1} = \frac{5}{2}$.

16.



	和	第一次	1	2	3
第二次	1	2	3	4	5
	2	3	4	5	6
	3	4	5	6	

所以 $P(\text{两次摸出的球上的数字和为偶数}) = \frac{5}{9}$.

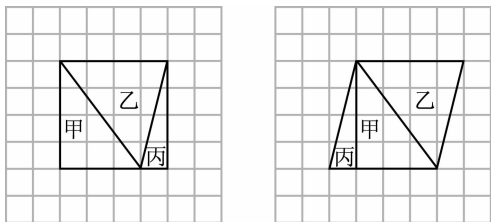
17. 设每年下降的百分率为 x .

根据题意, 得 $20(1-x)^2 = 9.8$.

解得 $x_1 = 0.3 = 30\%$, $x_2 = 1.7$ (舍去).

答: 每年下降的百分率为 30% .

18. 以下答案仅供参考:



19. 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H .

$\because \angle ACB = 118^\circ, \angle CBA = 37^\circ,$

$\therefore \angle CAB = 180^\circ - \angle ACB - \angle CBA = 25^\circ.$

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中,

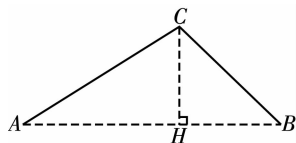
$CH = AC \cdot \sin \angle CAB = AC \cdot \sin 25^\circ = 9 \times 0.42 = 3.78,$

$AH = AC \cdot \cos \angle CAB = AC \cdot \cos 25^\circ = 9 \times 0.91 = 8.19.$

在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中, $BH = \frac{CH}{\tan \angle CBA} = \frac{3.78}{\tan 37^\circ} = \frac{3.78}{0.75} = 5.04.$

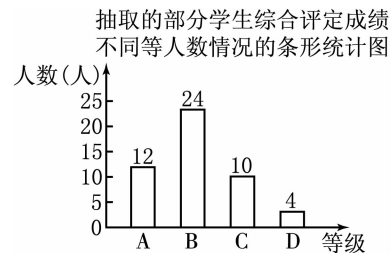
$\therefore AB = AH + BH = 8.19 + 5.04 = 13.23 \approx 13.2$ (千米).

答: 公路 AB 的长约为 13.2 千米.



20. (1) 50 24.

(2) 补全条形统计图如下:



(3) 因为 $2000 \times \frac{4}{50} = 160$ (人),

所以该校中学生体质健康综合评定成绩 D 级的学生约有 160 人.

21. 感知: 160, 160.

探究: $GF = EF$ 且 $GF \perp EF$.

证明: 在 $\square ABCD$ 中, $CD = AB, \angle CDA + \angle DAB = 180^\circ.$

$\therefore \triangle ABE, \triangle CDG, \triangle ADF$ 为等腰直角三角形,

$\therefore AE = \frac{\sqrt{2}}{2} AB, CG = \frac{\sqrt{2}}{2} CD, DF = AF.$

$\therefore AE = DG.$

$\therefore \angle GDC = \angle EAB = \angle FDA = \angle FAD = 45^\circ.$

$\therefore \angle GDF = \angle GDC + \angle CDA + \angle FDA = 45^\circ + 45^\circ + \angle CDA = 90^\circ + \angle CDA.$

$\therefore \angle FAE = 360^\circ - \angle EAB - \angle FAD - \angle DAB = 360^\circ - 45^\circ - 45^\circ - \angle DAB$
 $= 270^\circ - (180^\circ - \angle CDA) = 90^\circ + \angle CDA.$

$\therefore \angle GDF = \angle FAE.$

$\therefore \triangle GDF \cong \triangle EAF.$

$\therefore GF = EF, \angle DFG = \angle AFE.$

$\therefore \angle DFG + \angle GFA = \angle GFA + \angle AFE = \angle GFE = 90^\circ.$

$\therefore GF \perp EF.$

综上, $GF = EF$ 且 $GF \perp EF$.

应用: $2\sqrt{2}$.

22. (1) \because 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0), B(5, 0),$

$\therefore \begin{cases} -(-1)^2 - b + c = 0, \\ -5^2 + 5b + c = 0. \end{cases} \therefore \begin{cases} b = 4, \\ c = 5. \end{cases}$

\therefore 抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 4x + 5.$

(2) 设 $P(m, -m^2 + 4m + 5), E\left(m, -\frac{3}{4}m + 3\right), F(m, 0).$

$\therefore PE = -m^2 + 4m + 5 - \left(-\frac{3}{4}m + 3\right) = -m^2 + \frac{19}{4}m + 2.$

当点 E 在点 F 上方时, $EF = -\frac{3}{4}m + 3.$

$\therefore -m^2 + \frac{19}{4}m + 2 = 5\left(-\frac{3}{4}m + 3\right).$

$$\therefore 2m^2 - 17m + 26 = 0.$$

$$\text{解得 } m_1 = 2, m_2 = \frac{13}{2} (\text{舍去}).$$

$$\text{当点 } E \text{ 在点 } F \text{ 下方时, } EF = \frac{3}{4}m - 3.$$

$$\therefore -m^2 + \frac{19}{4}m + 2 = 5\left(\frac{3}{4}m - 3\right).$$

$$\therefore m^2 - m - 17 = 0.$$

$$\text{解得 } m_3 = \frac{1 + \sqrt{69}}{2}, m_4 = \frac{1 - \sqrt{69}}{2} (\text{舍去}).$$

$$\therefore m \text{ 的值为 } 2 \text{ 或 } \frac{1 + \sqrt{69}}{2}.$$

23. (1) 由题意, 得 $m = 1.5 - 0.5 = 1$.

$$\text{则 } a = 120 \div (3.5 - 0.5),$$

$$\text{解得 } a = 40.$$

$$\therefore a = 40, m = 1.$$

(2) 当 $0 < x \leq 1$ 时, 设 $y = k_1x$.

$$\text{将 } (1, 40) \text{ 代入, 得 } k_1 = 40.$$

$$\therefore y = 40x.$$

$$\text{当 } 1 < x \leq 1.5 \text{ 时, } y = 40.$$

$$\text{当 } x > 1.5 \text{ 时, 设 } y = k_2x + b.$$

$$\text{将 } (1.5, 40)、(3.5, 120) \text{ 代入,}$$

$$\text{得 } \begin{cases} 1.5k_2 + b = 40, \\ 3.5k_2 + b = 120. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k_2 = 40, \\ b = -20. \end{cases}$$

$$\text{当 } y = 260 \text{ 时, } 260 = 40x - 20. \text{ 解得 } x = 7.$$

$$\therefore \text{当 } 1.5 < x \leq 7 \text{ 时, } y = 40x - 20.$$

(3) 设乙车行驶路程 y 与甲出发时间 x 之间的函数关系式为 $y = k_3x + b_2$,

$$\text{将 } (2, 0)、(3.5, 120) \text{ 代入, 得 } \begin{cases} 2k_3 + b_2 = 0, \\ 3.5k_3 + b_2 = 120. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k_3 = 80, \\ b_2 = -160. \end{cases}$$

$$\therefore y = 80x - 160.$$

$$\text{当 } (80x - 160) - (40x - 20) = 50 \text{ 时,}$$

$$\text{解得 } x = \frac{19}{4}.$$

$$\therefore \frac{19}{4} - 2 = \frac{11}{4}.$$

$$\text{当 } (40x - 20) - (80x - 160) = 50 \text{ 时,}$$

$$\text{解得 } x = \frac{9}{4}.$$

$$\therefore \frac{9}{4} - 2 = \frac{1}{4}.$$

\therefore 当乙车行驶 $\frac{1}{4}$ 小时或 $\frac{11}{4}$ 小时, 两车恰好相距 50 千米.

24. (1) $F\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$. $\triangle DEF$ 为等腰直角三角形.

$$(2) \text{ 当 } 0 < t \leq \frac{1}{2} \text{ 时, } MN = \frac{3\sqrt{2}}{2}t.$$

$$\text{当 } \frac{1}{2} < t < 1 \text{ 时, } MN = -\frac{\sqrt{2}}{2}t + \sqrt{2}.$$

$$(3) \text{ 当 } 1 < t < \frac{3}{2} \text{ 时, } MN = MP + NP = -\sqrt{2}t + 2\sqrt{2}.$$

$$\therefore S = \frac{EF \cdot MN}{2} = \frac{(-\sqrt{2}t + 2\sqrt{2}) \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}.$$

$$\therefore S = -\frac{1}{2}t + 1.$$

$$\text{当 } \frac{3}{2} < t < 2 \text{ 时,}$$

$$MN = MP + NP = \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{2}\left(t - \frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2} \times \sqrt{2}\left(t - \frac{3}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}t + \frac{5}{4}\sqrt{2}.$$

$$\therefore S = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}t + \frac{5}{4}\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \sqrt{2}\left(t - \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2}.$$

$$\therefore S = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{5}{2}t - \frac{21}{8}.$$

$$(4) t = \frac{1}{3}, t = \frac{4}{3}, t = \frac{5}{4}.$$

数学试卷(三)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. C 2. A 3. C 4. D 5. B 6. B 7. B 8. C

二、填空题(每题 3 分, 共 18 分)

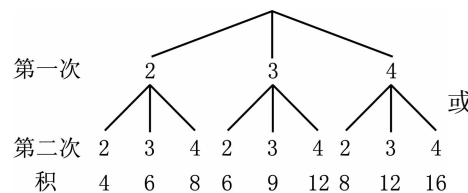
9. $\sqrt{7}$ 10. $(6m + 8n)$ 11. $\frac{2}{3}\pi$ 12. $(-2, 8)$ 13. $2 \leq k \leq 4$ 14. $3 \leq S \leq 4$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= a^2 - 2a + 1 + a^2 - 4 = 2a^2 - 2a - 3$.

$$\text{当 } a = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, 原式} = 2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 3 = -\sqrt{2} - 2.$$

16.



	第一次	2	3	4
第二次		2	3	4
	2	4	6	8
	3	6	9	12
	4	8	12	16

所以 $P(\text{两次抽取的扑克牌数字之积大于 } 8) = \frac{4}{9}$.

17. 设第一组的人数为 x 人, 则第二组人数为 $1.5x$ 人.

根据题意, 得 $\frac{24}{x} - 1 = \frac{27}{1.5x}$. 解得 $x=6$.

经检验, $x=6$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 第一组的人数为 6 人.

18. $\because AB$ 为 $\odot O$ 的切线, 点 A 为切点,

$\therefore \angle OAB = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 35^\circ$,

$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle AOB = 55^\circ$.

$\because CD \parallel AB$,

$\therefore \angle DCB = \angle B = 55^\circ$.

19. (1) 因为 $20 + 80 + 60 = 160 = 200$ (人),

所以这次被调查的市民的人数为 200 人.

(2) 因为 $\frac{40}{200} \times 100\% = 20\%$,

所以统计图中 D 所对应的百分比为 20%.

(3) 因为 $240\,000 \times \frac{80}{200} = 96\,000$ (人),

所以该市市民认同“汽车限行”的人数约为 96 000 人.

20. 过点 C 、 O 分别作 $CE \perp AB$ 、 $OF \perp AB$, 垂足分别为 E 、 F .

$\therefore CE \parallel OF$.

$\because OA = OB$,

$\therefore \angle BOF = \frac{1}{2} \angle AOB = 29^\circ$.

$\therefore \angle CBE = 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $\sin \angle CBE = \frac{CE}{BC}$,

$\therefore CE = \sin 61^\circ \cdot (OC + OB) = 0.87 \times 1.6 = 1.392 \approx 1.4$ (m)

则最高点 C 与地面 AB 之间的距离为 1.4m.

21. (1) 按方案一购 120 张票时, $y = 8\,000 + 50 \times 120 = 14\,000$ (元).

按方案二购 120 张票时, 由图知 $y = 13\,200$ (元).

(2) 当 $0 < x \leq 100$ 时, 设 $y = kx$, 则 $12\,000 = 100k$,

$\therefore k = 120$. $\therefore y = 120x$.

当 $x \geq 100$ 时, 设 $y = kx + b$, $\begin{cases} 12\,000 = 100k + b, \\ 13\,200 = 120k + b. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 60, \\ b = 6\,000. \end{cases}$

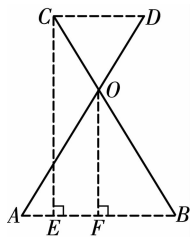
$\therefore y = 60x + 6\,000$.

\therefore 当 $0 < x \leq 100$ 时, $y = 120x$,

当 $x > 100$, $y = 60x + 6\,000$.

(3) 由(1)知, 购 120 张票时, 按方案一购票不合算.

即选择方案一比较合算时, x 应超过 120.



设购买 x 张票时选择方案一比较合算

则 $8\,000 + 50x < 60x + 6\,000$, 解得 $x > 200$.

\therefore 购买票数超过 200 张时选方案一.

22. 深入探究:

过点 D 、 E 分别作 $DM \perp AC$ 、 $EN \perp AC$, 垂足为 M 、 N .

$\therefore \angle ENA = \angle AMD = 90^\circ$.

由旋转知, $\angle EAD = \angle CAB = 90^\circ$.

$\therefore \angle EAN + \angle DAM = 90^\circ$.

$\because \angle EAN + \angle AEN = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAM = \angle AEN$.

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $DE \parallel BC$,

$\therefore AE = AD$.

$\therefore \triangle ENA \cong \triangle AMD$.

$\therefore AN = DM$.

$\because \triangle ABE$ 的面积为 $\frac{1}{2} AB \cdot AN$, $\triangle ACD$ 的面积为 $\frac{1}{2} AC \cdot DM$,

$\therefore \triangle ABE$ 和 $\triangle ADC$ 的面积相等.

简单应用: 15.

23. (1) \because 点 A 在抛物线上, 且点 A 在 x 轴上,

$\therefore 0 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$, 解得 $x=0$ (舍), $x=4$.

$\therefore A(4, 0)$.

\because 点 B 是直线与抛物线交点, 且点 B 横坐标为 1,

$\therefore -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}$.

$\therefore B(1, \frac{3}{2})$.

设直线 AB 所对应的函数表达式为 $y = kx + b$,

把 $A(4, 0)$, $B(1, \frac{3}{2})$ 代入, 得 $\begin{cases} 0 = 4k + b, \\ \frac{3}{2} = k + b. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = 2. \end{cases}$

直线 AB 所对应的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

(2) \because 直线 AB 与 y 轴交于点 C ,

$\therefore C(0, 2)$.

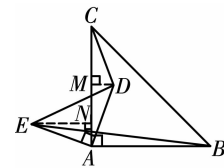
\because 点 P 在线段 AC 上, 且横坐标为 m .

$\therefore P(m, -\frac{1}{2}m + 2)$.

\because 点 Q 在抛物线上, 且 PQ 平行于 y 轴,

$\therefore Q(m, -\frac{1}{2}m^2 + 2m)$.

\therefore 当点 P 在点 B 右侧时, $PQ = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{5}{2}m - 2$;



当点 P 在点 B 左侧时, $PQ = \frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{2}m + 2$.

(3) 当点 P 在点 B 右侧时, $MQ = -m^2 + 5m - 4$,
矩形 $PQMN$ 的周长为 9 时, 得 $-m^2 + 5m - 7 = 0$, 无解.

当点 P 在点 B 左侧时, $MQ = m^2 - 5m + 4$,
矩形 $PQMN$ 的周长为 9 时, 得 $m^2 - 5m + 1 = 0$,

解得 $x_1 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$, $x_2 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$, x 取 $\frac{5 - \sqrt{21}}{2}$.

24. (1) 当点 Q 在 BD 上时, $DQ = 2 - \frac{5}{4}t$;

当点 Q 在 CD 上时, $DQ = \frac{5}{4}t - 2$.

(2) \because 点 Q 以 1.25cm/s 的速度运动,

$\therefore BQ = \frac{5}{4}t$.

$\because PF \parallel BC$,

$\therefore \triangle AFP \sim \triangle ABC$.

$\therefore PF = \frac{5}{4}t$.

$\therefore BQ$ 与 PF 平行且相等.

\therefore 无论 t 为何值, 四边形 $FBQP$ 总是平行四边形.

当四边形 $EQDP$ 是平行四边形时, $EP = DQ$,

$\because PF \parallel BC$,

$\therefore \triangle AEP \sim \triangle ADC$.

$\therefore PE = \frac{3}{4}t$,

① $2 - \frac{5}{4}t = \frac{3}{4}t$, $t = 1$.

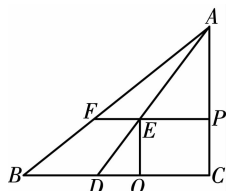
② $\frac{5}{4}t - 2 = \frac{3}{4}t$, $t = 4$ (舍).

$\therefore t = 1\text{s}$ 时, 四边形 $EQDP$ 与四边形 $FBQP$ 同时成为平行四边形.

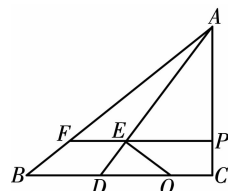
(3) ① 当 $\triangle DEQ \sim \triangle ADC$ 时, 如图①.

$CP = \frac{4}{3}DQ$.

$\frac{4}{3}(\frac{5}{4}t - 2) = 4 - t$, 解得 $t = \frac{5}{2}$.



图①



图②

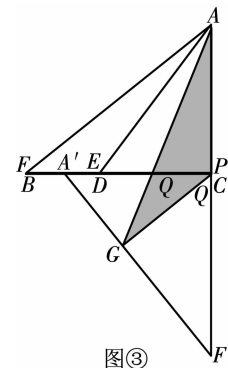
② 当 $\triangle DEQ \sim \triangle DCA$ 时, 如图②.

$CP = \frac{12}{25}DQ$.

$\frac{12}{25}(\frac{5}{4}t - 2) = 4 - t$, 解得 $t = \frac{31}{10}$.

当 t 为 $\frac{5}{2}\text{s}$ 或 $\frac{31}{10}\text{s}$ 时, $\triangle DEQ$ 与 $\triangle ADC$ 相似.

(4) 如图③, 线段 PG 所扫过的面积为 $\frac{200}{41}$.



图③

数学试卷(四)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. B 2. A 3. D 4. B 5. B 6. B 7. C 8. D

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

9. $5(x+1)^2$ 10. $\frac{n}{35}$ 11. -9 12. 24 13. 8 14. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= 2 + x^2 - 4x + 4 - x^2 + 2x = -2x + 6$.

当 $x = 3 - \sqrt{3}$ 时, 原式 $= -2 \times (3 - \sqrt{3}) + 6 = -6 + 2\sqrt{3} + 6 = 2\sqrt{3}$.

16.

		小文								
		和	小文	1	1	2				
小文	1	2	2	3						
	2	3	3	4						
	2	3	3	4						
小英		1	2	2	1	2	2	1	2	2
和		2	3	3	2	3	3	3	4	4

所以 $P(\text{两人所抽取卡片的数字之和为偶数}) = \frac{4}{9}$.

17. \because 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore AB = CD$, $\angle A = \angle D = 90^\circ$.

$\because AF = DE$,

$\therefore AF - EF = DE - EF$, 即 $AE = DF$.

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$.

$\therefore BE = CF$.

18. 设此长途汽车从甲地到乙地在国道上行驶的时间为 x 小时.

根据题意, 得 $\frac{400}{\frac{1}{2}x} - 45 = \frac{400 + 40}{x}$.

解得 $x = 8$.

经检验, $x = 8$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 此长途汽车从甲地到乙地在国道上行驶的时间为 8 小时.

19. 依题意 $\angle BCD=90^\circ$, $\angle ADC=45^\circ$, $\angle BDC=48^\circ$,

$$\therefore \angle CAD=45^\circ.$$

$$\therefore AC=CD=4.$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\tan\angle BDC=\frac{BC}{CD}$,

$$\therefore BC=CD \cdot \tan 48^\circ=4 \times 1.11=4.44.$$

$$\therefore AB=BC-AC=4.44-4=0.44 \approx 0.4 \text{ (千米)}.$$

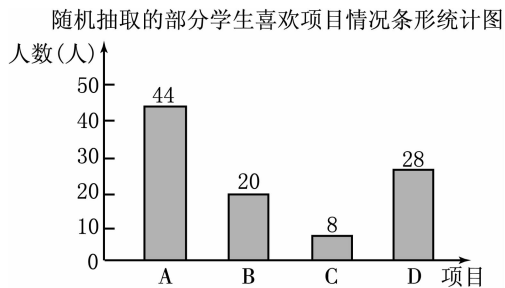
答: 火箭从点 A 到点 B 的飞行距离约为 0.4 千米.

20. (1) 因为 $28 \div 28\% = 100$ (人),

$$100 - 44 - 8 - 28 = 20 \text{ (人)}, 20 \div 100 = 20\%, 360 \times 20\% = 72^\circ,$$

所以(B)所在扇形的圆心角度数是 72° .

(2) 补全条形统计图如下:



(3) 因为 $800 \times 44\% = 352$ (人),

所以该校 800 学生中喜欢武术的人数约为 352 人.

21. (1) $300 \div (8-5) = 100$, \therefore 甲车的速度为 100 千米/时.

\therefore 两图象交点坐标为 $(2, 200)$.

$(300-200) \div 2 = 50$, \therefore 乙车的速度为 50 千米/时.

(2) 设甲车从 B 地返回到 A 地的过程中,

y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

根据题意, y 与 x 之间的函数图象经过 $(5, 300)$ 和 $(8, 0)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 5k+b=300, \\ 8k+b=0. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=-100, \\ b=800. \end{cases}$$

$$\therefore y=-100x+800.$$

$$(3) x=\frac{4}{3} \text{ 或 } x=\frac{8}{3} \text{ 或 } x=7.$$

22. 探究: 此时 $\triangle EFG$ 与 $\triangle EBG$ 全等.

在矩形 $ABCD$ 中, $\angle A=\angle B=90^\circ$.

\therefore 点 E 是 AB 的中点,

$$\therefore AE=BE.$$

由折叠知, $EF=AE=BE$ 且 $\angle DFE=\angle A=90^\circ$,

$$\therefore \angle GFE=\angle B=90^\circ.$$

又 $\therefore GE=GE$,

$$\therefore \triangle EFG \cong \triangle EBG.$$

拓展: 如图, 连结 GE .

在矩形 $ABCD$ 中, $AB=CD=9$,

$$\therefore \text{点 } E \text{ 是 } AB \text{ 的中点, } \therefore AE=BE=\frac{9}{2}.$$

由探究可知 $\triangle EFD \cong \triangle EAD$, $\triangle EFG \cong \triangle EBG$,

$$\therefore \angle DEF=\angle DEA, \angle GEF=\angle GEB.$$

$$\text{又 } \therefore \angle DEF+\angle DEA+\angle GEF+\angle GEB=180^\circ,$$

$$\therefore \angle DEA+\angle GEB=90^\circ.$$

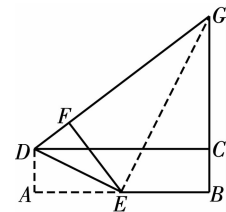
在矩形 $ABCD$ 中, $\angle A=\angle B=90^\circ$,

$$\therefore \angle DEA+\angle EDA=90^\circ, \therefore \angle GEB=\angle EDA.$$

$$\therefore \triangle GEB \sim \triangle EDA.$$

$$\therefore \frac{DA}{EB}=\frac{AE}{BG},$$

$$\therefore DA=\frac{9}{2} \times \frac{9}{2} \div 9=\frac{9}{4}. \therefore BC=\frac{9}{4}. \therefore CG=BG-BC=9-\frac{9}{4}=\frac{27}{4}.$$



23. (1) \therefore 抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 过点 $A(2, 0)$, $B(8, 6)$ 点,

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{2} \times 2^2 + 2b + c = 0, \\ \frac{1}{2} \times 8^2 + 8b + c = 6. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b = -4, \\ c = 6. \end{cases}$$

$\therefore b$ 的值为 -4 , c 的值为 6 .

(2) 由 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+6$, 得 $y=\frac{1}{2}(x-4)^2-2$.

\therefore 抛物线的顶点坐标为 $(4, -2)$.

\therefore 点 A 、 C 是 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+6$ 与 x 轴的两个交点,

且点 $A(2, 0)$, 对称轴为 $x=4$,

\therefore 点 C 的坐标为 $(6, 0)$.

(3) \therefore 抛物线的对称轴与 x 轴交于 D 点,

\therefore 点 D 的坐标为 $(4, 0)$.

$\therefore B(8, 6)$,

设直线 BD 所对应的函数表达式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

$$\therefore \begin{cases} 4k+b=0, \\ 8k+b=6. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{3}{2}, \\ b=-6. \end{cases}$$

\therefore 直线 BD 所对应的函数表达式为 $y=\frac{3}{2}x-6$.

\therefore 点 E 是 $y=\frac{3}{2}x-6$ 与 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+6$ 的交点,

$$\therefore \frac{3}{2}x-6=\frac{1}{2}x^2-4x+6$$

解得 $x_1=3$, $x_2=8$ (舍).

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, } y=-\frac{3}{2}. \therefore E\left(3, -\frac{3}{2}\right).$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BCD} + S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 + \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{2}.$$

(4) 设点 P 到 x 轴的距离为 h ,

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 = 6, S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2} \times 4h = 2h.$$

$$\therefore S_{\triangle ACP} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCD}, \therefore 2h = 3, \text{解得 } h = \frac{3}{2}.$$

当点 P 在 x 轴上方时, $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 6 = \frac{3}{2}$, 解得 $x_1 = 4 + \sqrt{7}, x_2 = 4 - \sqrt{7}$.

当点 P 在 x 轴下方时, $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 6 = -\frac{3}{2}$, 解得 $x_1 = 3, x_2 = 5$.

$$\therefore P\left(4 + \sqrt{7}, \frac{3}{2}\right) \text{ 或 } P\left(4 - \sqrt{7}, \frac{3}{2}\right) \text{ 或 } P\left(3, -\frac{3}{2}\right) \text{ 或 } P\left(5, -\frac{3}{2}\right).$$

24. (1) 27.

(2) 当 $0 < t < 4$ 时, 如图①.

$$\therefore y = 12 - 3t.$$

当 $4 < t < 7$ 时, 如图②.

$$\therefore PQ \perp AP,$$

$$\therefore \angle APQ = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle DPA + \angle CPQ = 90^\circ.$$

在矩形 $ABCD$ 中, $\angle D = \angle C = 90^\circ$,

$$\therefore \angle DAP + \angle DPA = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle DAP = \angle CPQ.$$

$$\therefore \triangle ADP \sim \triangle PCQ.$$

$$\therefore \frac{y}{21 - 3t} = \frac{3t - 12}{12}.$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}t^2 + \frac{33}{4}t - 21.$$

当 $7 < t < 11$ 时, 如图③.

同理可证 $\triangle ABP \sim \triangle PCQ$.

$$\therefore \frac{y}{3t - 21} = \frac{33 - 3t}{9}.$$

$$\therefore y = -t^2 + 18t - 77.$$

当 $11 < t < 14$ 时, 如图④.

$$QC = PB.$$

$$\therefore y = 3t - 33.$$

(3) 当 $7 < t < 11$ 时,

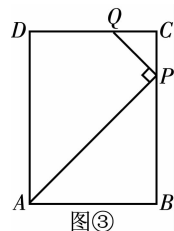
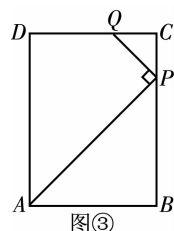
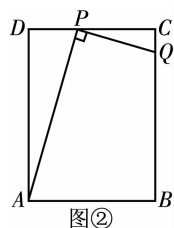
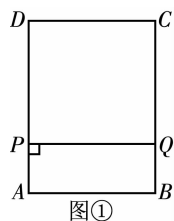
$$y = -t^2 + 18t - 77 = -(t - 9)^2 + 4.$$

$$\therefore a = -1 < 0$$

\therefore 当 $t = 9$ 时, QC 有最大值为 4,

$\therefore QD = 9 - 4 = 5$ 为最小值.

$$(4) t = \frac{9}{8} \text{ 或 } t = \frac{9}{5} \text{ 或 } t = \frac{72}{25} \text{ 或 } t = \frac{27}{8}.$$



一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. A 2. C 3. C 4. B 5. D 6. B 7. B 8. B

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

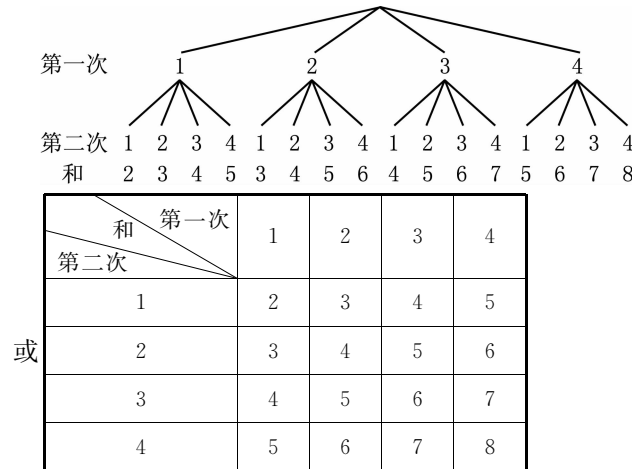
9. $\sqrt{3}$ 10. 9 11. 40 12. 75 13. 5 14. $-2 \leq k \leq \sqrt{2} - 1$

三、解答题(本大题共 11 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= x^2 + 4x + 4 + 2x - x^2 = 6x + 4$.

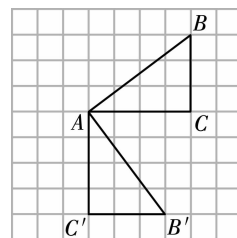
当 $x = \frac{1}{3}$ 时, 原式 $= 6 \times \frac{1}{3} + 4 = 6$.

16.



所以 $P(\text{两次摸出的小球的数字之和大于 } 4) = \frac{5}{8}$.

17. (1)



(2) 由图可知, $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

$$\frac{90}{360} \pi \times 5^2 = \frac{25}{4} \pi.$$

\therefore 线段 AB 在变换到 AB' 的过程中扫过的区域的面积为 $\frac{25}{4} \pi$.

18. 设原来每天制作 x 件.

$$\text{根据题意, 得 } \frac{480}{x} - \frac{480}{(1 + 50\%)x} = 10.$$

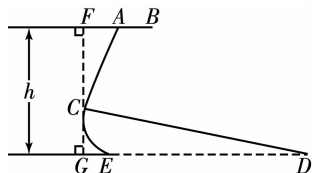
解得 $x = 16$.

经检验, $x = 16$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 原来每天制作 16 件.

19. $\because BE \parallel DF$,
 $\therefore \angle BEC = \angle DFA$.
 又 $\because \angle ADF = \angle CBE$, $AF = CE$,
 $\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$.
 $\therefore BE = DF$.

- \therefore 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.
20. 过 C 点作 $FG \perp AB$ 于点 F , 交 DE 于点 G .



- $\because \angle CDE = 12^\circ$, $\angle ACD = 80^\circ$,
 $\therefore \angle ACF = 90^\circ + 12^\circ - 80^\circ = 22^\circ$.
 $\therefore \angle CAF = 68^\circ$.

在 $Rt\triangle ACF$ 中,

$$CF = AC \cdot \sin \angle CAF = 0.8 \times \sin 68^\circ = 0.744.$$

在 $Rt\triangle CDG$ 中,

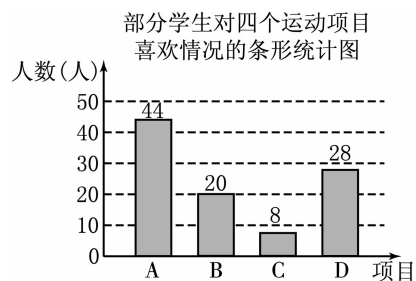
$$CG = CD \cdot \sin \angle CDE = 1.6 \times \sin 12^\circ = 0.336.$$

$$\therefore FG = FC + CG = 1.08 \approx 1.1(\text{m}).$$

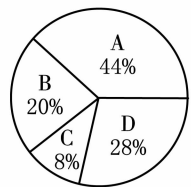
\therefore 跑步机手柄的一端 A 到地面 DE 的距离约为 1.1m .

21. (1) 100.

(2) B 组人数 $44 \div 44\% \times 20\% = 20(\text{人})$.



部分学生对四个运动项目喜欢情况的扇形统计图



(3) 因为 $1200 \times 44\% = 528(\text{人})$,

所以全校喜欢乒乓球的人数约为 528 人.

22. 探究: $CF - CD = BC$.

证明: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 45^\circ.$$

$$\therefore AB = AC.$$

又 \because 四边形 $ADEF$ 是正方形,

$$\therefore AD = AF, \angle DAF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ + \angle CAD, \angle CAF = 90^\circ + \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAF.$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAF.$$

$$\therefore BD = CF.$$

$$\therefore CF - CD = BD - CD = BC.$$

$$\therefore CF - CD = BC.$$

应用: ① $CD - CF = BC$.

- ② $\because \angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 45^\circ.$$

$$\therefore AB = AC.$$

\because 四边形 $ADEF$ 是正方形,

$$\therefore AD = AF, \angle DAF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle BAF, \angle CAF = 90^\circ - \angle BAF,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAF.$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAF.$$

$$\therefore \angle ACF = \angle ABD.$$

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = 180^\circ - \angle ABC = 135^\circ.$$

$$\therefore \angle ACF = \angle ABD = 135^\circ.$$

$$\therefore \angle FCD = 135^\circ - \angle ACB = 90^\circ.$$

$\therefore \triangle FCD$ 是直角三角形.

\because 正方形 $ADEF$ 的边长为 $2\sqrt{2}$ 且对角线 AE 、 DF 相交于点 O .

$$\therefore DF = \sqrt{2}AD = 4, O \text{ 为 } DF \text{ 中点}.$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}DF = 2.$$

23. (1) 15 0.1.

(2) 小明骑车到达乙地的时间为 0.5 小时, $\therefore B(0.5, 6.5)$.

小明下坡行驶的时间为: $2 \div 20 = 0.1$, $\therefore C(0.6, 4.5)$.

当 $0.3 \leq x \leq 0.5$ 时, 设直线 AB 所对应的函数表达式为 $y = k_1x + b_1$,

$$\text{由题意, 得 } \begin{cases} 0.3k_1 + b_1 = 4.5, \\ 0.5k_1 + b_1 = 6.5. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k_1 = 10, \\ b_1 = 1.5. \end{cases}$$

$$\therefore y = 10x + 1.5.$$

当 $0.5 < x \leq 0.6$ 时, 设直线 BC 所对应的函数表达式为 $y = k_2x + b_2$,

$$\text{由题意, 得 } \begin{cases} 0.5k_2 + b_2 = 6.5, \\ 0.6k_2 + b_2 = 4.5. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k_2 = -20, \\ b_2 = 16.5. \end{cases}$$

$$\therefore y = -20x + 16.5.$$

(3) 设小明第一次经过该地点的时间为 t 时,

则第二次经过该地点的时间为 $(t + 0.15)$ 时.

由题意, 得 $10t + 1.5 = -20(t + 0.15) + 16.5$.

解得 $t = 0.4$.

$$\therefore y = 10 \times 0.4 + 1.5 = 5.5.$$

\therefore 该地与甲地相距 5.5 千米.

24. (1) \because 抛物线经过点 $A(0, 1)$ 、 $C(2, -2)$,

$$\therefore \begin{cases} c = 1, \\ \frac{1}{4} \times 2^2 + b \times 2 + c = -2. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b = -2, \\ c = 1. \end{cases}$$

\therefore 抛物线所对应的函数表达式为 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 1$.

(2) 当 $t=1$ 时, $PR=1-\left(\frac{1}{4}\times 1^2-2\times 1+1\right)=\frac{7}{4}$.

当 $t=4$ 时, $PR=-1-\left(\frac{1}{4}\times 2^2-2\times 2+1\right)=1$.

(3) 当 $y=-1$ 时, $\frac{1}{4}x^2-2x+1=-1$.

$\therefore t_1=4+2\sqrt{2}$ (舍去), $t_2=4-2\sqrt{2}$.

\therefore 当点 P 与点 R 关于 x 轴对称时, $t=4-2\sqrt{2}$.

(4) 当 $0<t\leq 2$ 时, $S=\frac{1}{2}\cdot PR\cdot 1=\frac{1}{2}\times\left[1-\left(\frac{1}{4}t^2-2t+1\right)\right]\times 1$.

$\therefore S=-\frac{1}{8}t^2+t$.

当 $2<t<5$ 时, $S=\frac{1}{2}\cdot PR\cdot (OQ-2)=\frac{1}{2}\times(5-t)\times(t+1-2)$.

$\therefore S=-\frac{1}{2}t^2+3t-\frac{5}{2}$.

$\therefore S$ 最大值为 2.

25. (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\because AB=5, AD=\frac{20}{3}$,

$\therefore BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{5^2+\left(\frac{20}{3}\right)^2}=\frac{25}{3}$.

$\because S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot AD=\frac{1}{2}BD\cdot AE$,

$\therefore \frac{1}{2}\times 5\times\frac{20}{3}=\frac{1}{2}\times\frac{25}{3}AE$.

$\therefore AE=4$.

$\therefore BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

(2) 当点 F 的对应点落在线段 AB 上时, 平移距离为 $BF=BE=3$.

当点 F 的对应点落在线段 AD 上时, 平移距离为 $BD-BF=\frac{16}{3}$.

(3) 如图①, 当点 Q 在线段 BD 的延长线上时,

$\therefore \angle Q=\angle 1$.

$\therefore \angle 2=\angle 1+\angle Q=2\angle Q$.

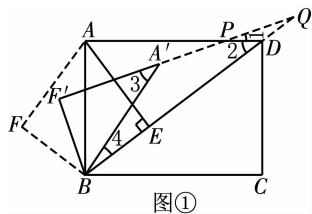
$\because \angle 3=\angle 4+\angle Q, \angle 3=\angle 2$,

$\therefore \angle 4+\angle Q=2\angle Q, \angle 4=\angle Q$.

$\therefore A'Q=A'B=5. \therefore F'Q=4+5=9$.

在 $\text{Rt}\triangle BF'Q$ 中, $9^2+3^2=\left(\frac{25}{3}+DQ\right)^2$.

$\therefore \frac{25}{3}+DQ=\pm 3\sqrt{10}$.



图①

$\therefore DQ=3\sqrt{10}-\frac{25}{3}$ 或 $DQ=-3\sqrt{10}-\frac{25}{3}$ (舍).

如图②, 当点 Q 在线段 BD 上时,

有 $\angle 1=\angle 2=\angle 4$.

$\because \angle 1=\angle 3, \therefore \angle 3=\angle 4$.

$\because \angle 3=\angle 5+\angle A', \angle A'=\angle CBD$,

$\therefore \angle 3=\angle 5+\angle CBD=\angle A'BQ$.

$\therefore \angle A=\angle ABQ$.

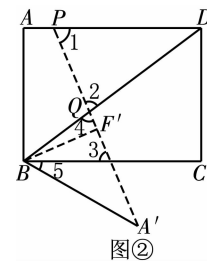
$\therefore A'Q=A'B=5$.

$\therefore F'Q=5-4=1$.

$\therefore BQ=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

$\therefore DQ=BD-BQ=\frac{25}{3}-\sqrt{10}$.

综上所述, $DQ=3\sqrt{10}-\frac{25}{3}$ 或 $DQ=\frac{25}{3}-\sqrt{10}$.



图②

数学试卷(六)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. D 2. C 3. B 4. D 5. B 6. A 7. D 8. C

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

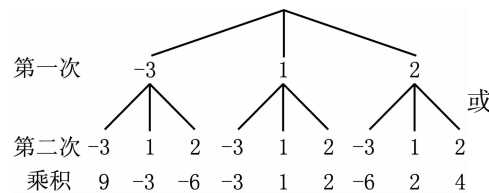
9. $2m(2m-n)$ 10. $(3a-b)$ 11. 16 12. $n<m<p$ 13. 2π 14. -6

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= (a+3)^2 + a(4-a) = a^2 + 6a + 9 + 4a - a^2 = 10a + 9$.

当 $a=-1$ 时, 原式 $= 10\times(-1) + 9 = -10 + 9 = -1$.

16.



	第一次	-3	1	2
第二次				
	-3	9	-3	-6
	1	-3	1	2
	2	-6	2	4

所以 P (两次抽取的卡片上的数字乘积是负数) $= \frac{4}{9}$.

17. 设这种电动玩具在甲商场的销售单价为 $5x$ 元, 在乙商场的销售单价为 $4x$ 元.

根据题意, 得 $\frac{120}{4x} - \frac{120}{5x} = 2$.

解得 $x=3$.

经检验, $x=3$ 是原方程的解, 且符合题意.

$\therefore 5x=15, 4x=12$.

答: 这种电动玩具在甲商场的销售单价为 15 元, 在乙商场的销售单价为 12 元.

18. (1) 连结 CE.

∵ 点 E 为 Rt△ACB 的斜边 AB 的中点,

$$\therefore CE = \frac{1}{2}AB = AE.$$

∵ △ACD 是等边三角形, ∴ AD = CD.

又 ∵ DE = DE,

∴ △ADE ≅ △CDE.

∴ ∠ADE = ∠CDE = 30°.

∴ ∠DCB = 150°.

∴ ∠EDC + ∠DCB = 180°.

∴ DE // CB.

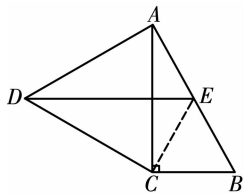
(2) ∵ ∠DCB = 150°, 若四边形 DCBE 是平行四边形,

则 DC // BE, ∠DCB + ∠B = 180°.

∴ ∠B = 30°.

在 Rt△ACB 中, AC = $\frac{1}{2}$ AB.

∴ 当 AC = $\frac{1}{2}$ AB 时, 四边形 DCBE 是平行四边形.



19. 设 AD 的长为 x 米.

在 Rt△ACD 中, ∠ADC = 90°, $\tan \angle DAC = \frac{CD}{AD}$, $CD = x \cdot \tan 70^\circ$.

同理, $BD = x \cdot \tan 35^\circ$.

∵ $BC = CD - BD$, ∴ $x \cdot \tan 70^\circ - x \cdot \tan 35^\circ = 50$.

$$2.75x - 0.70x = 50.$$

$$x = \frac{50}{2.05}, x \approx 24.4.$$

答: A 处与高楼的距离约为 24.4 米.

20. (1) C.

(2) 2.

(3) 因为 $400 \times \frac{10+8}{4+12+10+8+6} + 380 \times (25\% + 15\%) = 332$ (人),

所以该校学生身高在 $160 \leq x < 170$ 之间的约有 332 人.

21. 拓展: 如图, 在 AD 的延长线上取点 M,

使 CM = CF.

∴ ∠CMF = ∠CFM.

∵ 四边形 ABCD 是菱形,

∴ AB // CD, AD = CD.

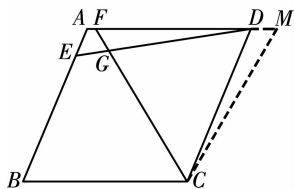
∴ ∠A = ∠CDM,

又 ∵ ∠B + ∠EGC = 180°.

∴ ∠AED = ∠FCB, ∴ ∠CMF = ∠AED.

∴ △ADE ≅ △DCM,

∴ DE = CF.



应用: 10.

22. (1) 设线段 DE 所在直线对应的函数表达式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$).

∵ 图象经过点 D(2.5, 80)、E(4.5, 300),

$$\therefore \begin{cases} 2.5k + b = 80, \\ 4.5k + b = 300. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 110, \\ b = -195. \end{cases}$$

∴ 线段 DE 所在直线对应的函数表达式为 $y = 110x - 195$.

(2) 设线段 OA 所在直线对应的函数表达式为 $y = ax$ ($a \neq 0$).

∵ 图象经过点 A(5, 300),

$$\therefore 300 = 5a.$$

解得 $a = 60$.

∴ 线段 OA 所在直线对应的函数表达式为 $y = 60x$.

当 $60x = 110x - 195$ 时,

解得 $x = 3.9$.

$$3.9 - 1 = 2.9.$$

∴ 轿车从甲地出发后经过 2.9 小时追上货车.

(3) 不会; 0.25.

23. (1) 在 $y = -x - 1$ 中, 当 $y = 0$ 时, $x = -1$.

∴ 点 A 坐标为 (-1, 0).

∵ 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 A(-1, 0), 且对称轴为 $x = \frac{3}{2}$,

$$\therefore \begin{cases} a - b + 2 = 0, \\ -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ b = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

∴ 这条抛物线所对应的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$.

(2) 当点 M 在线段 AB 上时,

由题意知, $P\left(m, -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2\right)$, $Q(m, -m - 1)$.

$$\therefore PM = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2,$$

$$PQ = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2 - (-m - 1) = -\frac{1}{2}m^2 + \frac{5}{2}m + 3.$$

$$\text{又} \because PM = \frac{3}{2},$$

$$\therefore -\frac{1}{2}m^2 + \frac{3}{2}m + 2 = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore m_1 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}, m_2 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}.$$

$$\therefore PQ = \frac{8 + \sqrt{13}}{2} \text{ 或 } PQ = \frac{8 - \sqrt{13}}{2}.$$

$$\therefore PQ \text{ 的长为 } \frac{8 + \sqrt{13}}{2} \text{ 或 } \frac{8 - \sqrt{13}}{2}.$$

$$(3) \frac{7 - \sqrt{61}}{2} < m < \frac{3}{2} \text{ 或 } m > \frac{7 + \sqrt{61}}{2}.$$

24. (1) 当 $0 \leq t \leq 3$ 时, $EP = 3 - t$.

当 $t > 3$ 时, $EP = t - 3$.

(2) 当点 Q 落在边 AC 上时, 如图①.

由题意得, $\frac{1}{2}t = 4$,

解得 $t = 8$.

\therefore 点 Q 落在边 AC 上时 t 的值为 8.

(3) 当 $0 < t \leq 3$ 时, 如图②.

$$S = \frac{1}{2} \cdot t \cdot \frac{1}{2}t.$$

$$\therefore S = \frac{1}{4}t^2.$$

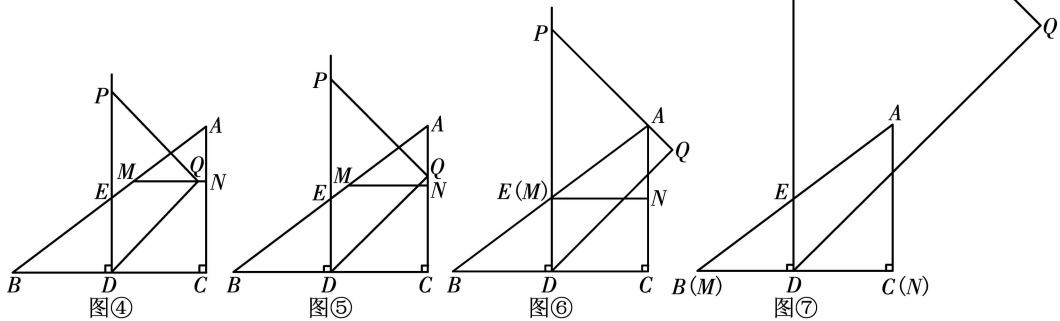
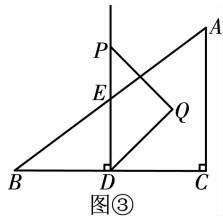
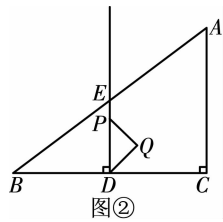
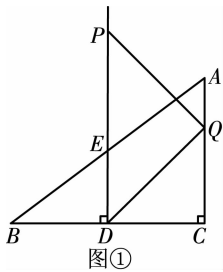
当 $3 < t < 8$ 时, 如图③.

$$S = \frac{1}{4}t^2 - \frac{1}{2} \cdot (t - 3) \cdot \frac{4}{7}(t - 3).$$

$$\therefore S = -\frac{1}{28}t^2 + \frac{12}{7}t - \frac{18}{7}.$$

(4) $\frac{15}{2} < t \leq 8$ 或 $t = 10$ 或 $t = 20$.

【提示】如图④~⑦



一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. A 2. C 3. C 4. D 5. B 6. D 7. C 8. D

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

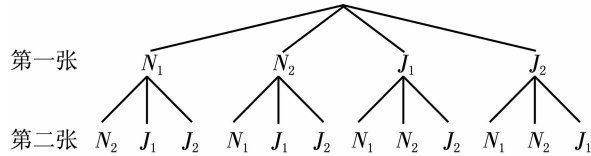
9. $m(m+3)(m-3)$ 10. $x \geq 3$ 11. 30 12. 33 13. 56 14. $\frac{S}{2}$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= a^2 - 2a + 1 + a^2 + 2a = 2a^2 + 1$.

当 $a = \sqrt{2}$ 时, 原式 $= 2 \times (\sqrt{2})^2 + 1 = 5$.

16.



或

结果	第一张	N_1	N_2	J_1	J_2
第二张					
N_1			(N_2, N_1)	(J_1, N_1)	(J_2, N_1)
N_2		(N_1, N_2)		(J_1, N_2)	(J_2, N_2)
J_1		(N_1, J_1)	(N_2, J_1)		(J_2, J_1)
J_2		(N_1, J_2)	(N_2, J_2)	(J_1, J_2)	

所以 $P(\text{选出的 2 张照片拍摄于同一公园}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

17. 设两个班级合作完成全部任务所用的时间为 x 小时.

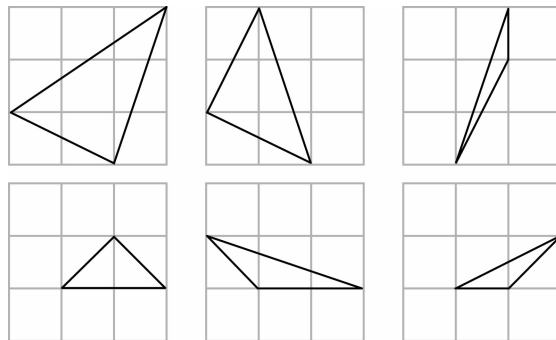
根据题意, 得 $\frac{150}{2.5x} + 30 = \frac{150}{x}$.

解得 $x = 3$.

经检验, $x = 3$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 两个班级合作完成全部任务所用的时间为 3 小时.

18. 以下画法可供参考.



19. $\because \angle ABC = \angle F + \angle BEF, \angle ABC = 2\angle F,$

$\therefore \angle F = \angle BEF.$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD.$

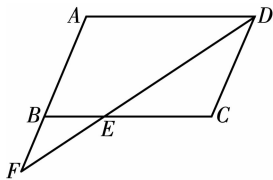
又 \because 点 F 在 AB 的延长线上,

$\therefore AF \parallel CD.$

$\therefore \angle F = \angle EDC, \angle BEF = \angle ADE.$

$\therefore \angle EDC = \angle ADE.$

$\therefore DE$ 平分 $\angle ADC.$



20. (1) 因为 $m = 105 + 28 + 17 = 150,$

所以 m 的值为 150.

(2) 因为 $105 \times 40\% = 42$ (人),

所以这 m 名学生中经常参加球类运动的人数为 42.

(3) 因为 $1\ 000 \times \frac{42}{150} = 280$ (人),

所以该校 1 000 名学生中经常参加球类运动的约有 280 人.

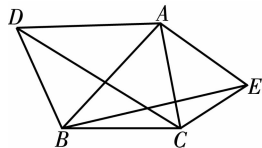
21. 拓展: $\because \angle BAD = \angle EAC,$

$\therefore \angle BAD + \angle BAC = \angle EAC + \angle BAC.$

即 $\angle DAC = \angle BAE.$

又 $\because AB = AD, AC = AE,$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AEB.$



应用: 66.

22. (1) 120 3 000.

(2) 小明返回后的速度为 $(600 + 3\ 000) \div (17 - 5) = 300$ (米/分).

小明返回学校的时间为 $5 + 600 \div 300 = 7$ (分).

当 $5 \leq t \leq 7$ 时, 设 s 与 t 之间的函数关系式为 $s = k_1 t + b_1$ ($k_1 \neq 0$),

\because 图象经过 $(5, 600)$ 、 $(7, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 5k_1 + b_1 = 600, \\ 7k_1 + b_1 = 0. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k_1 = -300, \\ b_1 = 2\ 100. \end{cases}$$

\therefore 当 $5 \leq t \leq 7$ 时, s 与 t 之间的函数关系式为 $s = -300t + 2\ 100.$

当 $7 < t \leq 17$ 时, 设 s 与 t 之间的函数关系式为 $s = k_2 t + b_2$ ($k_2 \neq 0$).

\because 图象经过 $(7, 0)$ 、 $(17, 3\ 000)$,

$$\therefore \begin{cases} 7k_2 + b_2 = 0, \\ 17k_2 + b_2 = 3\ 000. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k_2 = 300, \\ b_2 = -2\ 100. \end{cases}$$

\therefore 当 $7 < t \leq 17$ 时, s 与 t 之间的函数关系式为 $s = 300t - 2\ 100.$

(3) $t = \frac{15}{4}$ 或 $t = \frac{20}{3}$ 或 $t = \frac{50}{3}$ 或 $t = \frac{35}{2}.$

23. (1) \because 抛物线 $y = x^2$ 过点 A , 且点 A 的横坐标为 $\frac{5}{4},$

\therefore 点 A 的纵坐标为 $(\frac{5}{4})^2 = \frac{25}{16}.$ $\therefore A(\frac{5}{4}, \frac{25}{16}).$

又 \because 抛物线 $y = (x - 2)^2 + k$ 过点 $A,$

$\therefore (\frac{5}{4} - 2)^2 + k = \frac{25}{16}.$ $\therefore k = 1.$ 即 k 的值为 1.

(2) 由题意, $P(m, m^2), Q(m, m^2 - 4m + 5).$

当 $0 < m < \frac{5}{4}$ 时, $PQ = m^2 - 4m + 5 - m^2 = -4m + 5.$

当 $m > \frac{5}{4}$ 时, $PQ = m^2 - (m^2 - 4m + 5) = 4m - 5.$

(3) 由题意, $BP = 2m, QC = 2(2 - m) = 4 - 2m.$

$\because QC \parallel BP, \therefore$ 当 $QC = BP$ 时, 四边形 $BPCQ$ 是平行四边形.

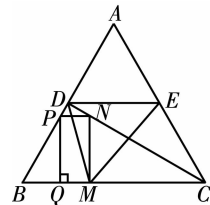
$\therefore 4 - 2m = 2m. \therefore m = 1.$

\therefore 当 $m = 1$ 时, 四边形 $BPCQ$ 是平行四边形.

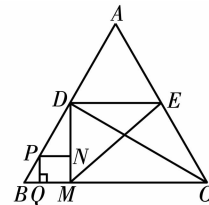
(4) $m = \frac{1}{2}$ 或 $m = \frac{5}{6}$ 或 $m = \frac{3}{2}$ 或 $m = \frac{5}{2}.$

24. (1) 当点 N 落到 CD 上时, 如图①.

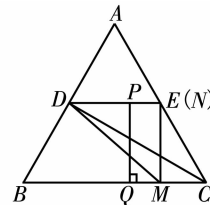
$PD = 6 - t, PD = \frac{1}{2}PN. \therefore 6 - t = \frac{1}{2} \times 2.$ 解得 $t = 5.$



图①



图②



图③

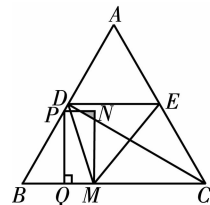
(2) 点 D 在 MN 上时, $\angle MDE = 90^\circ,$ 如图②.

$PD = 6 - t, PD = 2PN. 6 - t = 2 \times 2.$ 解得 $t = 2.$

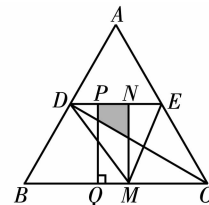
点 E 在 MN 上时, $\angle DEM = 90^\circ,$ 如图③. 得 $t = 10.$

(3) 当 $5 \leq t \leq 6$ 时, 如图④.

$S = \frac{1}{2} [2 - 2(6 - t)] \times \frac{\sqrt{3}}{3} [2 - 2(6 - t)]. \therefore S = \frac{2\sqrt{3}}{3} (t - 5)^2.$



图④



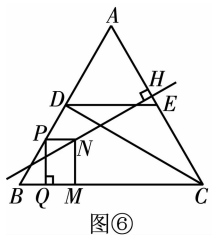
图⑤

当 $6 < t < 10$ 时, 如图⑤.

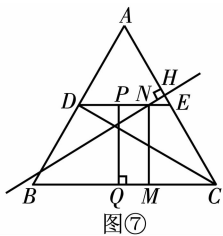
$S = \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{3}}{3} (t - 6) + \frac{\sqrt{3}}{3} (t - 4) \right] \times 2. \therefore S = \frac{2\sqrt{3}}{3} t - \frac{10\sqrt{3}}{3}.$

(4) $t = \frac{10}{3}$ 或 $t = \frac{26}{3}$ 或 $t = \frac{28}{3}$.

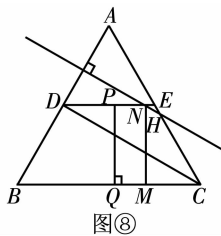
提示：如图⑥~图⑧.



图⑥



图⑦



图⑧

数学试卷(八)

一、选择题(每小题3分,共24分)

1. D 2. C 3. A 4. C 5. A 6. D 7. C 8. C

二、填空题(每小题3分,共18分)

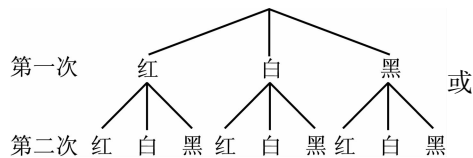
9. $y(x+1)(x-1)$ 10. mn 11. 45 12. $\frac{5}{18}\pi$ 13. $(\frac{24}{5}, \frac{8}{5})$ 14. 8

三、解答题(本大题共10小题,共78分)

15. 原式 $= \frac{1+a}{a} - \frac{a^2}{(a-1)(a+1)} = \frac{a}{a-1}$.

当 $a=3$ 时, 原式 $= \frac{3}{3-1} = \frac{3}{2}$.

16.



	第一次	红	白	黑
第二次	红	(红, 红)	(白, 红)	(黑, 红)
	白	(红, 白)	(白, 白)	(黑, 白)
	黑	(红, 黑)	(白, 黑)	(黑, 黑)

所以 $P(\text{两次取出相同颜色球}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

17. 设打折前一件甲商品需要 x 元, 一件乙商品需要 y 元.

根据题意, 得 $\begin{cases} 3x+y=190, \\ 2x+3y=220. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=50, \\ y=40. \end{cases}$

打折前购买 10 件甲商品和 10 件乙商品需要的钱数为 $10 \times (50+40) = 900$ (元).

所以少花的钱数为 $900 - 735 = 165$ (元).

18. \because 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转得到 $\triangle DEC$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC$. $\therefore AC = DC$. $\therefore \triangle ACD$ 是等腰三角形.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$,

$\therefore \angle A = 60^\circ$

$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形.

$\therefore AC = CD = AD$

$\because F$ 是 DE 的中点, $\therefore CF = DF = \frac{1}{2}DE$.

$\therefore \angle EDC = \angle A = 60^\circ$

$\therefore \triangle CDF$ 是等边三角形.

$\therefore AC = CF = DF = AD$.

\therefore 四边形 $ACFD$ 是菱形.

19. 在 $\text{Rt}\triangle DEB$ 中, $\angle DBE = 45^\circ$,

$\therefore \tan \angle DBE = \frac{DE}{BE}$, $\therefore DE = BE \cdot \tan 45^\circ = 2.7$ (米).

在 $\text{Rt}\triangle CEB$ 中, $\angle CBE = 30^\circ$, $\therefore \tan \angle CBE = \frac{CE}{BE}$,

$\therefore CE = BE \cdot \tan 30^\circ = 0.9\sqrt{3}$ (米).

则 $CD = DE - CE = 2.7 - 0.9\sqrt{3} \approx 1.2$ (米).

故塑像 CD 的高度大约为 1.2 米.

20. (1) 因为 $(16+13+10+7+4) \div 1\% = 5000$ (人),

所以九年级学生参加消防知识竞赛的人数为 5000 人.

(2) 因为 $16 \div 50 = 0.32$,

所以抽取的九年级学生中竞赛成绩在 85~90 的频率为 0.32.

(3) 因为 $(13+7) \div 1\% = 2000$ (人),

所以该地区九年级获得奖励约有 2000 人.

21. 初步探究: 在图②中 $BD = DP$ 成立.

过点 D 作 $DF \perp AD$ 交 AB 延长线于点 F .

$\because AD \parallel BC$, $\angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \angle BAD = \angle PAD = 45^\circ$.

$\therefore \triangle ADF$ 是等腰直角三角形.

$\therefore AD = DF$, $\angle F = 45^\circ$.

$\therefore \angle BDP = \angle ADF = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADP = \angle FDB$.

$\therefore \triangle ADP \cong \triangle FDB$.

$\therefore DP = BD$.

简单应用: 14.

22. (1) 甲、乙两车的速度和为 $\frac{200}{\frac{20}{9}} = 90$ (千米/时),

乙车速度为 $\frac{200}{4} = 50$ (千米/时),

甲车速度为 $90 - 50 = 40$ (千米/时),

$\therefore m = 40$, $n = 50$.

(2) 乙车返回时速度为 $2n = 100$,

\therefore 乙车从 B 地出发到返回 B 地共用时 $4 + \frac{200}{100} = 6$ (小时).

甲车从A地到达B地用时 $\frac{200}{40}=5$ (小时).

设乙车从A地返回时函数关系式为 $y=kt+b$.

乙车从A地返回过程中,

在甲车到达B地前, $4 \leq t \leq 5$ 时,图象经过(4, 160)、(5, 100).

在甲车到达B地后, $5 \leq t \leq 6$ 时函数图象经过(5, 100)、(6, 0).

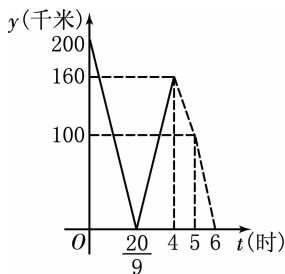
$$\begin{cases} 160=4k+b, \\ 100=5k+b. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-60, \\ b=400. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100=5k+b, \\ 0=6k+b. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-100, \\ b=600. \end{cases}$$

∴当 $4 \leq t \leq 5$ 时,乙车从A地返回时的函数关系式为 $y=-60t+400$;

当 $5 \leq t \leq 6$ 时,乙车从A地返回时的函数关系式为 $y=-100t+600$.

(3) $t = \frac{16}{9}$ 或 $t = \frac{8}{3}$ 或 $t = \frac{28}{5}$. (图象供参考)



23. (1) ① 抛物线的顶点C的坐标为(0, -2),

∴设抛物线所对应的函数表达式为 $y=ax^2-2$.

∴抛物线与x轴交于点A(-1, 0),

$$\therefore a-2=0, a=2.$$

∴抛物线所对应的函数表达式为 $y=2x^2-2$.

② 点B与点A(-1, 0)关于直线 $x=0$ 对称,

∴点B的坐标为(1, 0).

(2) ∵点B、C的坐标为(1, 0)、(0, -2),

设直线BC所对应的函数表达式为 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} 0=k+b, \\ -2=b. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=2, \\ b=-2. \end{cases}$$

∴直线BC所对应的函数表达式为 $y=2x-2$.

∴点P在直线BC上, ∴点P的坐标为(m, 2m-2).

(3) 如图①、②, 过点P分别作x轴、y轴垂线,

垂足为点S、R, 则 $\triangle PCS \cong \triangle QCR$, $CS=QR$, $PS=CR$,

① 如图①中, 点Q的坐标为(-2m, -2+m).

∴点Q在抛物线 $y=2x^2-2$ 上,

$$\therefore -2+m=2(-2m)^2-2, \text{解得 } m=\frac{1}{8}.$$

② 如图②中, 点Q的坐标为(2m, -2-m).

∴点Q在抛物线 $y=2x^2-2$ 上,

$$\therefore -2-m=2(2m)^2-2, \text{解得 } m=-\frac{1}{8}.$$

综上所述, 以C、P、C'、Q为顶点的四边形是正方形时, m的值为 $\frac{1}{8}$, $-\frac{1}{8}$.

24. (1) 在等腰直角三角形ABC中, $\angle B=90^\circ$,

$AB=BC=4$, $\angle DEF=45^\circ$,

∴ $\angle C=\angle A=45^\circ$, $AC=4\sqrt{2}$.

① 当 $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形, $EF=AF$ 时,

如图①.

∴ $\angle CED=90^\circ$,

∴ $CD=BC-BD=4-1=3$.

∴ $CE=\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

② 当 $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形, $EF=AE$ 时,

如图②.

∴ $\angle CDE=90^\circ$,

∴ $CD=3$.

∴ $CE=3\sqrt{2}$.

∴当 $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形时,

CE的长为 $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ 或 $3\sqrt{2}$.

(2) ∵ $\angle CDE=\angle DEA-45^\circ$, $\angle FEA=\angle DEA-45^\circ$,

∴ $\angle CDE=\angle FEA$,

∴ $\angle C=\angle A=45^\circ$,

∴ $\triangle CDE \sim \triangle AEF$.

$$\therefore \frac{CE}{AF} = \frac{CD}{AE}, \text{即 } \frac{x}{y} = \frac{3}{4\sqrt{2}-x}.$$

∴y与x之间的函数关系式为 $y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{4\sqrt{2}}{3}x$.

(3) 当 $DE=EF$ 时,

∴ $\triangle CDE \sim \triangle AEF$, $\frac{CE}{AF} = \frac{DE}{EF} = 1$, ∴ $y=x$.

$$\therefore y = -\frac{1}{3}y^2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}y, \text{解得 } y = 4\sqrt{2}-3.$$

∴当 $DE=EF$ 时, y的值为 $4\sqrt{2}-3$.

(4) 当 $DE=EF$ 时, 能拼成菱形, 由(3)知, $x=4\sqrt{2}-3$.

当 $\triangle DEF'$ 与 $\triangle DEF$ 为全等的等腰直角三角形时, 能拼成正方形,

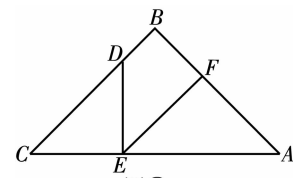
存在 $EF=\sqrt{2}DE$ 或 $DE=\sqrt{2}EF$ 这2种情况.

当 $EF=\sqrt{2}DE$ 时, 如图③.

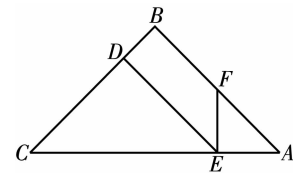
∴ $\triangle CDE \sim \triangle AEF$,

$$\therefore \frac{CE}{AF} = \frac{x}{y} = \frac{DE}{EF} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \therefore y = \sqrt{2}x.$$

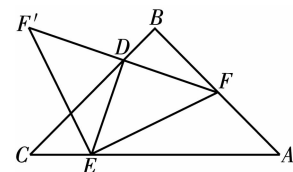
$$\therefore \sqrt{2}x = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}x, \text{解得 } x = \sqrt{2}, x = 0(\text{舍}).$$



图①



图②



图③

当 $DE = \sqrt{2}EF$ 时, 如图④.

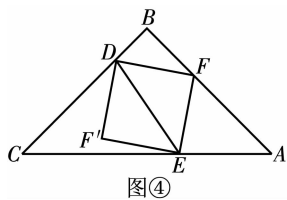
$\because \triangle CDE \sim \triangle AEF$,

$$\therefore \frac{CE}{AF} = \frac{x}{y} = \frac{DE}{EF} = \sqrt{2}, \therefore y = \frac{\sqrt{2}}{2}x.$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{2}x = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}x^2, \text{ 解得 } x = \frac{5\sqrt{2}}{2}, x = 0(\text{舍}).$$

综上所述, 当 $\triangle DEF'$ 与 $\triangle DEF$ 能拼成菱形时,

$$x = 4\sqrt{2} - 3 \text{ 或 } x = \sqrt{2} \text{ 或 } x = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$



图④

数学试卷(九)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. B 2. C 3. B 4. D 5. C 6. A 7. C 8. C

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

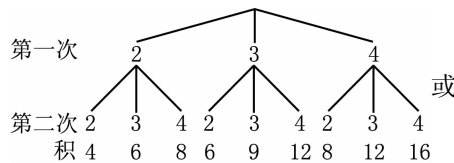
9. $y(x+2)(x-2)$ 10. $(0.8b-a)$ 11. $\frac{15}{7}$ 12. $(4, 3)$ 13. 6 14. $3 \leq S \leq 9$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= \frac{(a+2)(a-2)}{a-3} \div \frac{a-2}{a-3} = \frac{(a+2)(a-2)}{a-3} \times \frac{a-3}{a-2} = a+2.$

当 $a = -\frac{1}{2}$ 时, 原式 $= -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}.$

16.



	第一次	2	3	4
第二次	积	4	6	8
	2	6	9	12
	3	8	12	16

所以 $P(\text{两次摸出的小球上数字之积不小于 } 8) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$

17. 设交换货物前甲车的速度为 x 千米/时, 乙车的速度为 y 千米/时.

根据题意, 得 $\begin{cases} x+y=150, \\ (1+\frac{1}{4})x = (1-\frac{1}{6})y. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=60, \\ y=90. \end{cases}$

答: 交换货物前甲车的速度为 60 千米/时, 乙车的速度为 90 千米/时.

18. $\because DE \parallel AB, EF \parallel AC,$

\therefore 四边形 $ADEF$ 是平行四边形.

$\therefore AF = DE.$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC,$

$\therefore \angle ABD = \angle DBE.$

$\because DE \parallel AB,$

$\therefore \angle ABD = \angle BDE. \therefore \angle DBE = \angle BDE.$

$\therefore BE = DE. \therefore BE = AF.$

19. 过点 A 作 $AM \perp CD$ 于点 $M.$

由题意知, $MD = AB = 1.2, AM = BD = 4.$

$\because \angle AMC = 90^\circ, \angle CAM = 45^\circ,$

$\therefore \angle ACM = \angle CAM = 45^\circ.$

$\therefore CM = AM = 4.$

$\therefore CD = CM + MD = 4 + 1.2 = 5.2.$

在 $\triangle CDE$ 中, $\angle CDE = 90^\circ, \sin \angle CED = \frac{CD}{CE},$

$$\therefore CE = \frac{CD}{\sin 59^\circ} = \frac{5.2}{0.86} \approx 6.0(\text{米}).$$

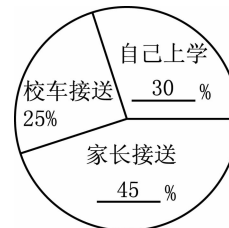
答: 拉线 CE 的长约为 6.0 米.

20. (1) 补全统计表和扇形统计图如图所示.

被调查的学生每天上学方式情况统计表

上学方式	自己上学	家长接送	校车接送
人数	60	90	50

被调查的学生每天上学方式情况扇形统计图



(2) 因为 $1500 \times (1 - 25\%) = 1125(\text{人}),$

所以该校学生不搭乘校车的人数约为 1125 人.

21. (1) $40 \div 4 \div 2 = 5(\text{升}).$

$$5 - \frac{60 - 40}{12 - 4} = \frac{5}{2}(\text{升}).$$

\therefore 一个注水管每分钟的注水量为 5 升, 一个出水管每分钟的出水量为 $\frac{5}{2}$ 升.

(2) 当 $4 \leq x \leq 12$ 时, 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b.$

把 $(4, 40)$ 、 $(12, 60)$ 代入, 得 $\begin{cases} 4k + b = 40, \\ 12k + b = 60. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = \frac{5}{2}, \\ b = 30. \end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y = \frac{5}{2}x + 30.$

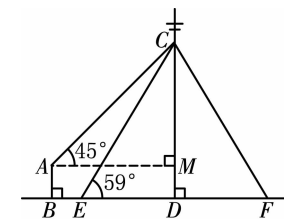
(3) $60 \div \frac{5}{2} = 24, \therefore a = 12 + 24 = 36.$

22. 探究: $BP \cdot PC = AB \cdot CD$ 成立.

$\because \angle APC = \angle BAP + \angle B, \angle APC = \angle APD + \angle CPD,$

$\therefore \angle BAP + \angle B = \angle APD + \angle CPD.$

$\because \angle B = \angle APD,$



$$\begin{aligned} \therefore \angle BAP &= \angle CPD. \\ \therefore \angle B &= \angle C, \\ \therefore \triangle ABP &\sim \triangle PCD, \\ \therefore \frac{BP}{CD} &= \frac{AB}{PC}, \therefore BP \cdot PC = AB \cdot CD. \end{aligned}$$

拓展: $\frac{5}{3}$.

23. (1) 把 $A(3, 0)$ 、 $B(0, 3)$ 代入 $y = ax^2 + 2x + c$,

$$\text{得} \begin{cases} 9a + 6 + c = 0, \\ c = 3. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -1, \\ c = 3. \end{cases}$$

(2) 设直线 AB 所对应的函数表达式为 $y = kx + b$.

把 $A(3, 0)$ 、 $B(0, 3)$ 代入,

$$\text{得} \begin{cases} 3k + b = 0, \\ b = 3. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -1, \\ b = 3. \end{cases}$$

\therefore 直线 AB 所对应的函数表达式为 $y = -x + 3$.

由题意得 $C(m, -m + 3)$, $P(m, -m^2 + 2m + 3)$.

当 $0 < m < 3$ 时, $d = -m^2 + 2m + 3 - (-m + 3) = -m^2 + 3m$.

\therefore 当 $0 < m < 3$ 时, d 与 m 之间的函数关系式为 $d = -m^2 + 3m$.

(3) 当 $m < 0$ 时, $d = -m + 3 - (-m^2 + 2m + 3) = m^2 - 3m + 3$.

$$\text{解得 } m_1 = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} (\text{舍}), m_2 = \frac{3 - \sqrt{21}}{2}.$$

当 $0 < m < 3$ 时, $d = -m^2 + 3m + 3$, 即 $m^2 - 3m + 3 = 0$.

$$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 3 < 0,$$

\therefore 此方程无解.

当 $m > 3$ 时, $d = -m + 3 - (-m^2 + 2m + 3) = m^2 - 3m + 3$.

$$\text{解得 } m_3 = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}, m_4 = \frac{3 - \sqrt{21}}{2} (\text{舍}).$$

$$\therefore \text{当 } d = 3 \text{ 时, } m = \frac{3 + \sqrt{21}}{2} \text{ 或 } m = \frac{3 - \sqrt{21}}{2}.$$

(4) $0 < m \leq \frac{3}{2}$, $m > 3$.

24. (1) $4t$.

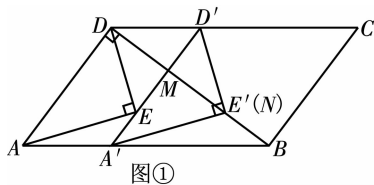
(2) 当点 E' 落在 BD 上时, 如图①.

由题意, 得 $\triangle BDA \sim \triangle AED$.

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{AD}.$$

$$\therefore \frac{6}{10} = \frac{DE}{6}.$$

$$\therefore DE = \frac{18}{5}.$$



由题意, 得 $\angle D'DB = \angle D'E'D$.

$$\therefore D'D = D'E' = DE.$$

$$\therefore 5t = \frac{18}{5}.$$

$$\therefore t = \frac{18}{25}.$$

(3) 当 $0 \leq t \leq \frac{18}{25}$ 时, 如图②.

$$S = \frac{1}{2} D'M \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 3t \cdot 4t,$$

$$\therefore S = 6t^2.$$

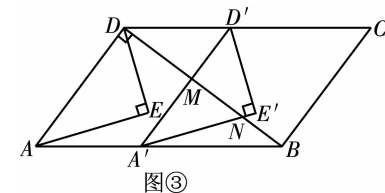
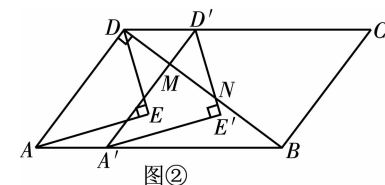
当 $\frac{18}{25} < t \leq \frac{32}{25}$ 时, 如图③.

$$S = \frac{1}{2} DE \cdot AE - \frac{1}{2} A'M \cdot MN$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{18}{5} \times \frac{24}{5} - \frac{1}{2} (6 - 3t) \cdot \frac{3}{4} (6 - 3t),$$

$$\therefore S = -\frac{27}{8} t^2 + \frac{27}{2} t - \frac{243}{50}.$$

(4) $0 < t \leq \frac{18}{25}$, $t = \frac{6}{7}$, $t = 1$, $t = \frac{6}{5}$.



数学试卷(十)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. D 2. A 3. B 4. A 5. C 6. C 7. C 8. B

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

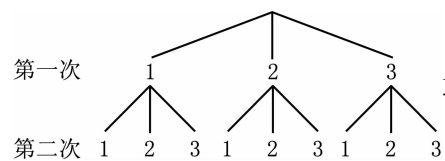
9. $\sqrt{15}$ 10. $\frac{8m}{n}$ 11. $\sqrt{2} - 1$ 12. 38 13. 3 14. $(\sqrt{2}, 2)$

三、解答题(本大题共 10 题, 共 78 分)

15. 原式 $= \frac{1}{x+1} \times \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1}$.

当 $x = \sqrt{2} + 1$ 时, 原式 $= \frac{1}{x-1} = \frac{1}{\sqrt{2}+1-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

16. 画树状图如下:



第一次 \ 第二次	1	2	3
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)

所以 $P(\text{两次摸出的小球都是标号 } 3) = \frac{1}{9}$.

17. 该服装厂原计划每天加工 x 件服装, 则实际每天加工 $1.5x$ 件服装.

根据题意, 得 $\frac{3\ 000}{x} - \frac{3\ 000}{1.5x} = 10$.

解得 $x=100$.

经检验, $x=100$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 该服装厂原计划每天加工 100 件服装.

18. 过点 B 做 $BE \perp CD$ 于点 E .

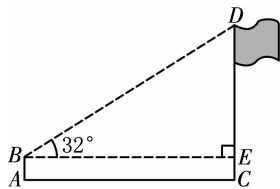
在 $Rt\triangle BDE$ 中, $\angle BED=90^\circ$,

$\because \angle DBE=32^\circ, AC=22, AB=1.5$,

$\therefore DE=BE \cdot \tan 32^\circ = 22 \times 0.62 = 13.64$.

$\therefore CD = DE + CE = DE + AB$
 $= 13.64 + 1.5 = 15.14 \approx 15.1$ (米).

答: 旗杆的高度 CD 约为 15.1 (米).



19. $\because CF \parallel BD, \therefore \angle DOE = \angle CFE$.

$\because E$ 是 CD 中点,

$\therefore CE = DE$.

$\because \angle DEO = \angle CEF$

$\therefore \triangle ODE \cong \triangle FCE$.

$\therefore OD = FC$.

$\because CF \parallel BD$,

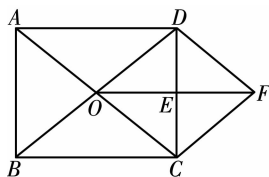
\therefore 四边形 $ODFC$ 是平行四边形.

\because 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore AC = BD, OC = \frac{1}{2}AC, OD = \frac{1}{2}BD$.

$\therefore OC = OD$.

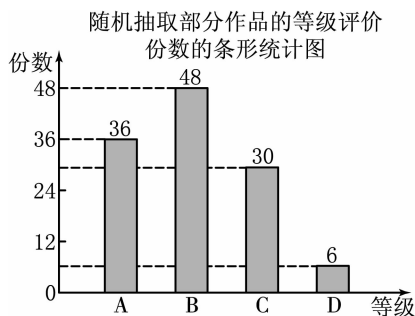
\therefore 四边形 $ODFC$ 是菱形.



20. (1) 因为 $\frac{30}{25\%} = 120$ (份),

所以抽取作品的份数为 120 份.

(2) 48.



(3) 因为 $800 \times \frac{36}{120} = 240$ (份),

所以该校学生作品达到 A 级的作品约 240 份.

21. (1) 60; 96.

(2) 设乙车从 M 地返回 A 市行驶过程中 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b(k \neq 0)$,

由题意得, y 与 x 之间的函数图象经过 $(4, 0), (\frac{19}{6}, 80)$ 两点.

$$\therefore \begin{cases} 4k+b=0, \\ \frac{19}{6}k+b=80. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=-96, \\ b=384. \end{cases}$$

\therefore 乙车从 M 地返回 A 市行驶过程中 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-96x+384$.

(3) $(260-80) \div 60 = 3$,

$3 + \frac{19}{6} - 4 = \frac{13}{6}$ (小时).

\therefore 甲车到达 B 市时乙车已返回 A 市 $\frac{13}{6}$ 小时.

22. (1) ① 60; ② $AD=BE$.

(2) $\angle AEB=90^\circ; AE=2CM+BE$.

理由:

$\because \triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰直角三角形, $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$,

$\therefore AC=BC, CD=CE, \angle ACB - \angle DCB = \angle DCE - \angle DCB$.

即 $\angle ACD = \angle BCE$.

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$.

$\therefore AD=BE, \angle BEC = \angle ADC = 135^\circ$.

$\therefore \angle AEB = \angle BEC - \angle CED = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$.

在等腰直角三角形 DCE 中,

$\because CM$ 为 $\triangle CDE$ 的一条高线,

$\therefore CM=DM=ME$,

$\therefore DE=2CM$.

$\therefore AE=DE+AD=2CM+BE$.

23. (1) 把 $A(-3, 0), B(1, 0)$ 代入 $y=ax^2+bx+3$,

得 $\begin{cases} 9a-3b+3=0, \\ a+b+3=0. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=-1, \\ b=-2. \end{cases}$

(2) $\because x = \frac{b}{-2a} = \frac{-2}{2 \times (-1)} = -1$,

\therefore 抛物线的对称轴为 $x=-1$,

设点 $M(x, 0)$.

$\therefore P(x, -x^2-2x+3)$.

设 Q 的横坐标为 a .

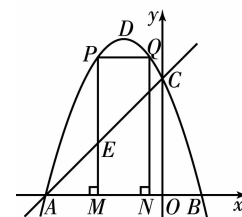
$\because P, Q$ 关于直线 $x=-1$ 对称,

$\therefore a - (-1) = -1 - x$.

$\therefore a = -2 - x$.

$\therefore Q(-2-x, -x^2-2x+3)$.

$\therefore MP = -x^2-2x+3, PQ = -2-x-x = -2-2x$.



设矩形 $PMNQ$ 的周长为 d .

$$\therefore d = 2(-2 - 2x - x^2 - 2x + 3) = -2x^2 - 8x + 2.$$

当 $x = -\frac{-8}{2 \times (-2)} = -2$ 时, d 取最大值.

此时, $M(-2, 0)$.

$$\therefore AM = -2 - (-3) = 1.$$

设直线 AC 所对应的函数表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$.

\because 直线 AC 经过点 $(0, 3)$ $(-3, 0)$, 由题意,

$$\text{得} \begin{cases} b = 3, \\ -3k + b = 0. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 1, \\ b = 3. \end{cases}$$

\therefore 直线 AB 所对应的函数表达式为 $y = x + 3$.

把 $x = -2$ 代入 $y = x + 3$,

解得 $y = 1$.

$$\therefore E(-2, 1).$$

$$\therefore EM = 1.$$

$$\therefore \triangle AEM \text{ 面积为 } \frac{1}{2} AM \cdot ME = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}.$$

(3) 由(2)知, 当矩形 $PMNQ$ 的周长最大时, $x = -2$,

\therefore 点 $Q(0, 3)$, 与点 C 重合.

$$\therefore OQ = 3.$$

把 $x = -1$ 代入 $y = -x^2 - 2x + 3$, 得 $y = 4$.

$$\therefore D(-1, 4).$$

过点 D 作 $DK \perp y$ 轴于点 K .

$$\therefore DK = 1, OK = 4.$$

$$\therefore QK = OK - OQ = 4 - 3 = 1.$$

$\therefore \triangle DKQ$ 是等腰直角三角形, $DQ = \sqrt{2}$.

$$\therefore FG = 2\sqrt{2}DQ = 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4.$$

设点 F 的横坐标为 m .

$$\therefore F(m, -m^2 - 2m + 3), G(m, m + 3).$$

$$\therefore FG = (m + 3) - (-m^2 - 2m + 3) = m^2 + 3m.$$

$$\therefore FG = 4,$$

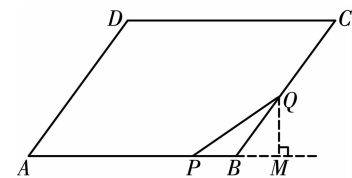
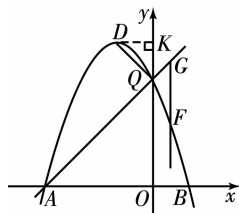
$$\therefore m^2 + 3m = 4.$$

$$\therefore m_1 = -4, m_2 = 1.$$

当 $m = -4$ 时, $-m^2 - 2m + 3 = -(-4)^2 - 2 \times (-4) + 3 = -5$.

当 $m = 1$ 时, $-m^2 - 2m + 3 = -1^2 - 2 \times 1 + 3 = 0$.

$$\therefore F(-4, -5), (1, 0).$$



$$\therefore BQ = 3 \times 3.5 - 8 = 2.5.$$

在 $\text{Rt}\triangle PMQ$ 中,

$$\therefore QM = BQ \cdot \sin A = 2.5 \times \frac{4}{5} = 2.$$

$$\therefore BM = \sqrt{BQ^2 - QM^2} = \sqrt{2.5^2 - 2^2} = 1.5.$$

$$\therefore MP = PB + BM = 1.5 + 1.5 = 3.$$

$$\therefore PQ = \sqrt{PM^2 + QM^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}.$$

\therefore 正方形 $PQRS$ 的面积为 13.

(3) 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, 重叠部分为五边形 $GHPQR$,

如图①.

设 SR 、 SP 与 AD 交于 G 、 H 两点.

$$\therefore SG = 3 - 3x, SF = 4 - 4x,$$

$$\therefore y = PS^2 - \frac{1}{2} SG \cdot SH = 4^2 - (3 - 3x)(2 - 2x).$$

$$\therefore y = -6x^2 + 12x + 10.$$

当 $1 < x \leq \frac{8}{3}$ 时, 重叠部分为正方形 $PQRS$,

如图②.

$$\therefore PQ = 4,$$

$$\therefore y = PQ^2. \therefore y = 4^2 = 16$$

当 $\frac{8}{3} < x \leq 4$ 时, 重叠部分为正方形 $PQRS$,

如图③

过点 Q 作 $QN \perp AB$ 于点 N .

$$\therefore PB = 12 - 3x, BQ = 3x - 8.$$

在 $\text{Rt}\triangle PNQ$ 中,

$$\therefore QN = BQ \cdot \sin A = (3x - 8) \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5}x - \frac{32}{5}.$$

$$\therefore \sin A = \frac{4}{5}, \therefore \frac{QN}{BN} = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore \frac{\frac{12}{5}x - \frac{32}{5}}{BN} = \frac{4}{3}.$$

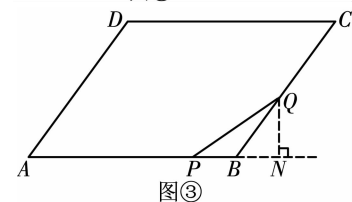
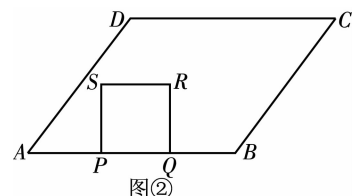
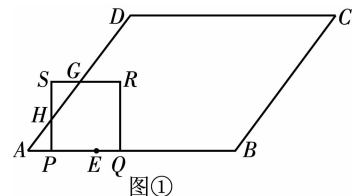
$$\therefore BN = \frac{9}{5}x - \frac{24}{5}.$$

$$\therefore NP = PB + BN = 12 - 3x + \frac{9}{5}x - \frac{24}{5} = -\frac{6}{5}x + \frac{36}{5}.$$

$$\therefore PQ^2 = NP^2 + QN^2 = \left(-\frac{6}{5}x + \frac{36}{5}\right)^2 + \left(\frac{12}{5}x - \frac{32}{5}\right)^2.$$

$$\therefore y = \frac{36}{5}x^2 - 48x + \frac{464}{5}.$$

(4) $0 \leq x < \frac{2}{3}$ 或 $2 < x < \frac{10}{3}$.



数学试卷(十一)

一、选择题(每小题3分,共24分)

1. B 2. D 3. C 4. A 5. D 6. C 7. D 8. B

二、填空题(每小题3分,共18分)

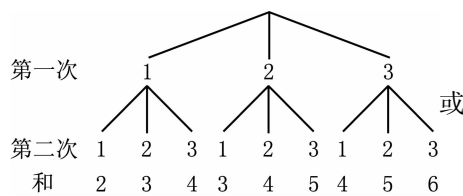
9. $3\sqrt{2}$ 10. $(5a+3b)$ 11. $-2 < x \leq 3$ 12. 4 13. $3 \leq r \leq 5$ 14. $12+4\sqrt{10}$

三、解答题(本大题共10小题,共78分)

15. 原式 = $\frac{x+1-x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-1}{x} = \frac{2}{x}$.

当 $x = -4$ 时, 原式 = $\frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$.

16.



和	第一次	1	2	3
第二次	1	2	3	4
	2	3	4	5
	3	4	5	6

所以 $P(\text{两次摸出的乒乓球标号之和是偶数}) = \frac{5}{9}$.

17. 设第一批服装每件进价 x 元, 则 $\frac{1200}{x} \times 2 = \frac{2600}{x+5}$.

解得 $x = 60$.

经检验, $x = 60$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 第一批服装每件进价为 60 元.

18. 由题意知, $AE = 18$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\angle AEB = 90^\circ$, $\angle BAE = 50^\circ$,

$$\tan \angle BAE = \frac{BE}{AE}$$

$$\therefore BE = AE \cdot \tan \angle BAE = 18 \times \tan 50^\circ = 18 \times 1.19 = 21.42.$$

同理, $CE = AE \cdot \tan \angle CAE = 18 \times \tan 50^\circ = 21.42$.

$$\therefore BC = BE + CE = 21.42 + 21.42 = 42.84 \approx 42.8 (\text{米}).$$

答: 高楼的高度 BC 约为 42.8 米.

19. \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC.$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CBF.$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BFC.$$

$$\therefore AE = CF.$$

$$\because \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore AE \parallel CF.$$

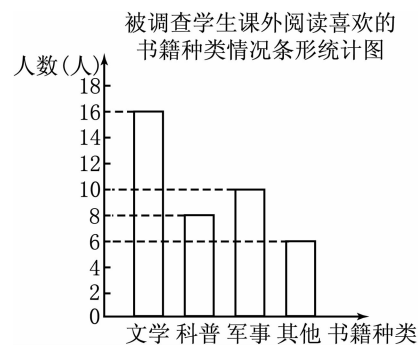
\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

$$\because \angle EAF = 90^\circ,$$

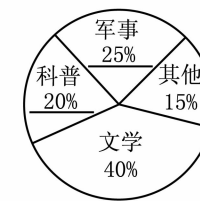
\therefore 四边形 $AECF$ 为矩形.

20. (1) 40.

(2) 补图如下:



被调查学生课外阅读喜欢的书籍种类情况扇形统计图



(3) 因为 $1500 \times 20\% = 300$ (册),

所以应购买的“科普”类书籍为 300 册.

21. 初步探究: BF 与 AE 之间的数量关系为 $\frac{BF}{AE} = \frac{7}{4}$.

$$\because AE \perp MN, DF \perp MN,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle BFC = 90^\circ, \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ.$$

在矩形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ABE + \angle CBF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CBF.$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle BCF.$$

$$\therefore \frac{BF}{AE} = \frac{BC}{AB}.$$

$$\because AB = 4, BC = 7,$$

$$\therefore \frac{BF}{AE} = \frac{7}{4}.$$

简单应用: 2.

22. (1) 80 1.5.

(2) 设甲车再次行驶过程中 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$,

根据题意, y 与 x 之间的函数图象经过 $(1.5, 80)$ 、 $(2, 120)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 1.5k + b = 80, \\ 2k + b = 120. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = 80, \\ b = -40. \end{cases}$$

\therefore 甲车再次行驶过程中 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 80x - 40$.

(3) x 的值为 $\frac{2}{5}$ 或 $\frac{6}{5}$ 或 $\frac{22}{15}$ 或 $\frac{8}{5}$.

23. (1) ∵ 抛物线的顶点坐标为 $(\frac{3}{2}, 4)$,

∴ 设抛物线对应的函数表达式为 $y = a(x - \frac{3}{2})^2 + 4$.

∵ 抛物线经过点 $(\frac{7}{2}, 0)$,

∴ $0 = a(\frac{7}{2} - \frac{3}{2})^2 + 4$, 解得 $a = -1$.

∴ 抛物线对应的函数表达式为 $y = -(x - \frac{3}{2})^2 + 4$, 即 $y = -x^2 + 3x + \frac{7}{4}$.

(2) ∵ 点 P 在抛物线 $y = -x^2 + 3x + \frac{7}{4}$ 上, 且点 P 的横坐标为 m ,

∴ P 点坐标为 $P(m, -m^2 + 3m + \frac{7}{4})$.

∴ $l = 2m + 2(-m^2 + 3m + \frac{7}{4}) = -2m^2 + 8m + \frac{7}{2} = -2(m - 2)^2 + \frac{23}{2}$.

∵ $-2 < 0$, $\frac{3}{2} < 2 < \frac{7}{2}$,

∴ 当 $m = 2$ 时, 四边形 OMP_N 周长 l 的最大值为 $\frac{23}{2}$.

(3) m 的值为 $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$ 或 $\frac{2+\sqrt{17}}{2}$ 或 $\frac{2+\sqrt{23}}{2}$.

24. (1) $0 < t \leq 3$ 时, $AQ = 4t$;

$3 < t < 6$ 时, $AQ = 24 - 4t$.

(2) $0 < t \leq 3$ 时, $S = \frac{1}{2}(2t + 4t) \cdot \frac{3}{2}t = \frac{9}{2}t^2$;

$3 < t < 4$ 时, $S = (24 - 4t) \cdot \frac{3}{2}t - \frac{1}{2} \times 2t \cdot \frac{3}{2}t = -\frac{15}{2}t^2 + 36t$;

$4 < t < 6$ 时, $S = \frac{1}{2}[(24 - 4t) + 2t - (24 - 4t)] \cdot \frac{3}{2}t = \frac{3}{2}t^2$.

(3) $\frac{864}{25}$.

(4) t 的值为 $\frac{16}{5}$ 或 $\frac{112}{27}$.

数学试卷(十二)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. A 2. C 3. D 4. D 5. D 6. A 7. C 8. B

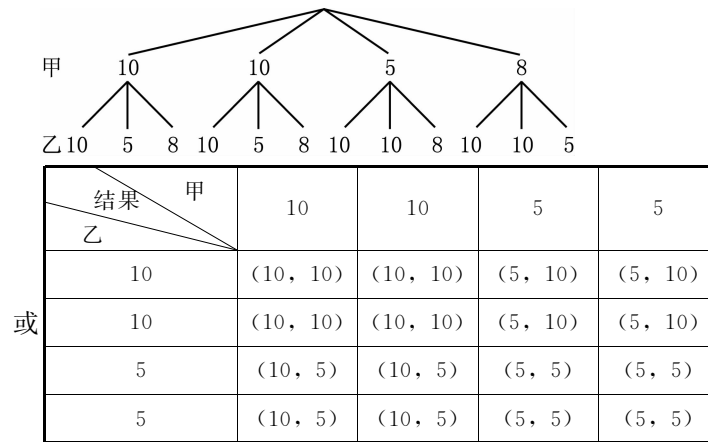
二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

9. $\sqrt{3}$ 10. $(\frac{b}{a} + 1)$ 11. $y = (x - 1)^2 + 2$ 12. (5, 4) 13. 10.5 14. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

15. 原式 = $(\frac{a+2}{a^2-4} + \frac{1}{a+2}) \cdot \frac{a+2}{2a} = \frac{2a}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{a+2}{2a} = \frac{1}{a-2}$.

当 $a = 2 - \sqrt{2}$ 时, 原式 = $\frac{1}{2 - \sqrt{2} - 2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

16.



所以 $P(\text{甲、乙两人抽取的扑克牌点数都是 } 10) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

17. 设原计划每天铺设 x 米, 则实际施工时每天铺设 $(1 + 20\%)x$ 米,

由题意, 得 $\frac{720}{x} - \frac{720}{(1 + 20\%)x} = 2$. 解得 $x = 60$.

经检验, $x = 60$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 该施工队原计划每天铺设 60 米.

18. 由题意, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 6$ 米, $\angle A = 20^\circ$.

∴ $AC = AB \cdot \cos \angle A \approx 6 \times 0.94 = 5.64$.

∵ $5.3 < 5.64 < 5.7$,

∴ 小明种的两棵树符合要求.

19. (1) 在菱形 $ABCD$ 中, $AC \perp BD$, $AD \parallel BC$,

∴ $AD \parallel CE$.

∴ $BD \perp DE$,

∴ $AC \parallel DE$.

∴ 四边形 $ACED$ 是平行四边形.

(2) ∵ 四边形 $ACED$ 是平行四边形,

∴ $AC = DE$, $AD = CE$.

∴ $AC = 3$,

∴ $DE = 3$.

∴ $BD = 4$,

∴ 由勾股定理可知 $BE = 5$.

又 ∵ 在菱形 $ABCD$ 中, $AD = BC = CD$,

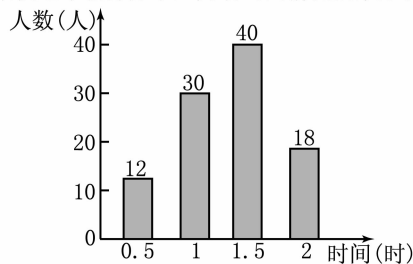
∴ $BC = CE = \frac{1}{2}BE = 2.5$.

∴ $CD = 2.5$.

∴ $\triangle DCE$ 的周长 = $DC + CE + DE = 2.5 + 2.5 + 3 = 8$.

20. (1) 100 40 0.18.

(2) 某校七年级部分学生劳动时间情况的条形统计图



(3) 因为 $800 \times \frac{30}{12 \div 0.12} = 240$,

所以七年级学生参加义务劳动时间为 1 小时的约有 240 人.

21. (1) 900.

(2) $(1\ 200 - 900) \div 5 = 60$.

$900 \times 2 \div 10 = 180$, $180 - 60 = 120$.

\therefore 快车速度为 120 千米/时, 慢车速度为 60 千米/时.

(3) $t = 11$ 时, $s = 960$;

$t = 13.5$ 时, $s = 810$.

\therefore 自变量取值范围为 $11 \leq t \leq 13.5$.

设快车由乙地到丙地过程中 s 与 t 之间的函数关系式为 $s = kt + b$,

$$\therefore \begin{cases} 11k + b = 960, \\ 13.5k + b = 810. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -60, \\ b = 1\ 620. \end{cases}$$

\therefore 快车由乙地到丙地过程中 s 与 t 之间的函数关系式为 $s = -60t + 1\ 620$.

22. (1) $BD = CF$.

(2) 成立.

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = AC$, $\angle BAC = 60^\circ$.

\because 四边形 $ADEF$ 是菱形, $\angle ADE = 120^\circ$,

$\therefore AD = AF$, $\angle DAF = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAC = \angle DAF$.

$\therefore \angle BAC - \angle CAD = \angle DAF - \angle CAD$.

$\therefore \angle BAD = \angle CAF$.

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACF$.

$\therefore BD = CF$.

(3) $6\sqrt{3} - 4$.

23. (1) \because 点 A 、 B 在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 上,

\therefore 把 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$ 代入,

$$\text{得} \begin{cases} \frac{1}{2} \times (-2)^2 - 2b + c = 0, \\ \frac{1}{2} \times 4^2 + 4b + c = 0. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = 1, \\ c = 4. \end{cases}$$

\therefore 该抛物线所对应的函数表达式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$.

(2) $Q(m, \frac{1}{2}m^2 - m - 4)$, $P(m - 2, m - 6)$,

$$\therefore \frac{1}{2}m^2 - m - 4 = m - 6.$$

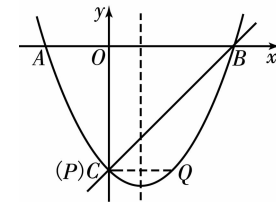
解得 $m = 2$.

(3) $S = \frac{1}{2} \left[(m - 4) - \left(\frac{1}{2}m^2 - m - 4 \right) \right] \times 4 = -m^2 + 4m$.

$$m = -\frac{4}{2 \times (-1)} = 2.$$

$$\frac{1}{2}m^2 - m - 4 = \frac{1}{2} \times 2^2 - 2 - 4 = -4.$$

$\therefore Q(2, -4)$.



24. (1) $AB = 2\sqrt{5}$.

(2) $PB = \sqrt{5}t$, $PM = PE = EF = t$, $BE = 2t$.

① M 在 AD 上, $\frac{AP}{AB} = \frac{PM}{BD}$, $\frac{2\sqrt{5} - \sqrt{5}t}{2\sqrt{5}} = \frac{t}{2}$, $t = 1$.

② F 在 AD 上, $2t + t = 2$, $t = \frac{2}{3}$.

③ E 在 AD 上, $2t = 2$, $t = 1$.

$\therefore t = \frac{2}{3}$ 或 $t = 1$ 时, 正方形 $PEFM$ 的顶点落在 AD 上.

(3) 当 $0 < t \leq \frac{2}{3}$ 时, $s = t^2$;

当 $\frac{2}{3} < t \leq 1$ 时, $s = -\frac{7}{2}t^2 + 6t - 2$;

当 $1 < t \leq 2$ 时, $s = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 2$.

(4) t 的值为 $\frac{2}{5}$ 或 2.