

参考答案

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	C	A	D	D	D	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	A	C	D	C	D	A	

二、填空题

16. $a \leq 1$

17. 7

18. $\{y|0 \leq y < 1\}$

19. 3

三、解答题

20. 解: (1) $\because f(x) = x^a$ 的图象经过点 $A(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$,

$$\therefore (\frac{1}{2})^a = \sqrt{2},$$

$$\text{即 } 2^{-a} = 2^{\frac{1}{2}}, \text{ 解得 } a = -\frac{1}{2}.$$

(2) 证明: 任取 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$, 则

$$f(x_2) - f(x_1) = x_2^{-\frac{1}{2}} - x_1^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x_2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1}} = \frac{\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1 x_2}}$$

$$= \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1 x_2} \cdot (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})}$$

$$\because x_2 > x_1 > 0, \therefore x_1 - x_2 < 0, \sqrt{x_1 x_2} \cdot (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) > 0,$$

于是 $f(x_2) - f(x_1) < 0$.

即 $f(x_2) < f(x_1)$, 所以 $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内是减函数.

21. 解: (1) $f(x)$ 的单调增区间为 $[-2, 0)$, $(2, +\infty)$, 单调减区间为 $(-\infty, -2)$, $(0, 2]$.

(2) $\because f(x) = 16, \therefore (x+2)^2 = 16, \therefore x = 2$ (舍) 或 -6 ; 或 $(x-2)^2 = 16, \therefore x = 6$ 或 -2 (舍).

$\therefore x$ 的值为 6 或 -6 .

22. 解: 令 $t = \log_2 y, \therefore x > 1, y > 1, \therefore t > 0$,

$$\text{由 } 2\log_2 y - 2\log_2 x + 3 = 0 \text{ 得 } 2t - \frac{2}{t} + 3 = 0,$$

$$\therefore 2t^2 + 3t - 2 = 0,$$

$$\therefore (2t-1)(t+2) = 0, \because t > 0, \therefore t = \frac{1}{2},$$

$$\text{即 } \log_2 y = \frac{1}{2}, \therefore y = x^{\frac{1}{2}},$$

$$\therefore T = x^2 - 4y^2 = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4,$$

$$\because x > 1, \therefore \text{当 } x = 2 \text{ 时, } T_{\min} = -4.$$

23. 解: (1) 用待定系数法不难得到

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x + 22, & (1 \leq x < 40, x \in \mathbf{N}), \\ -\frac{1}{2}x + 52, & (40 \leq x \leq 100, x \in \mathbf{N}). \end{cases}$$

(2) 设日销售额为 S 千元, 当 $1 \leq x < 40$ 时,

$$S = (\frac{1}{4}x + 22)(-\frac{1}{3}x + \frac{109}{3}) \\ = -\frac{1}{12}(x - \frac{21}{2})^2 + \frac{38809}{48},$$

当 $x = 10$ 或 11 时,

$$S_{\max} = \frac{9702}{12} = 808.5 \text{ (千元)},$$

当 $40 \leq x \leq 100$ 时,

$$S = (-\frac{1}{2}x + 52)(-\frac{1}{3}x + \frac{109}{3}) \\ = \frac{1}{6}(x^2 - 213x + 11336),$$

$\therefore x = 40$ 时, $S_{\max} = 736$ (千元).

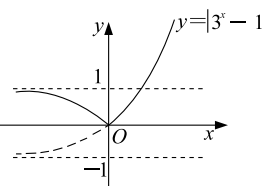
综上所述, 日销售额最高是在第 10 天或第 11 天, 最高值为 808.5 千元.

24. 解: (1) 常数 $m = 1$.

(2) 当 $k < 0$ 时, 直线 $y = k$ 与函数 $y = |3^x - 1|$ 的图象无交点, 即方程无解;

当 $k = 0$ 或 $k \geq 1$ 时, 直线 $y = k$ 与函数 $y = |3^x - 1|$ 的图象有唯一的交点, 所以方程有一解;

当 $0 < k < 1$ 时, 直线 $y = k$ 与函数 $y = |3^x - 1|$ 的图象有两个不同交点, 所以方程有两解.



吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	B	A	D	B	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	D	C	B	A	B	A	

二、填空题

16. $x + 2y - 2 = 0$

17. (1, 2)

18. $-3, 2$

19. ②③

三、解答题

20. 解: 设直线 l 的方程为 $y + 4 = k(x + 5)$,

分别令 $y = 0, x = 0$,

$$\text{得 } l \text{ 在 } x \text{ 轴, } y \text{ 轴上的截距为: } a = \frac{-5k+4}{k}, b = 5k-4,$$

$$\text{由条件(2)得 } ab = \pm 10, \therefore \frac{-5k+4}{k} \cdot (5k-4) = \pm 10,$$

得 $25k^2 - 30k + 16 = 0$, 无实数解;

$$\text{或 } 25k^2 - 50k + 16 = 0, \text{ 解得 } k_1 = \frac{8}{5}, k_2 = \frac{2}{5}.$$

故所求的直线方程为: $8x - 5y + 20 = 0$,

或 $2x - 5y - 10 = 0$.

21. 解: 坐标原点到这两条直线的距离相等且 $l_1 \parallel l_2$,

$\therefore l_1, l_2$ 在 y 轴上的截距互为相反数, 即 $\frac{4}{b} = -2$,

$\therefore b = -2$.

即有 $l_1: ax + 2y + 4 = 0$ 与 $l_2: (a-1)x + y - 2 = 0$.

$\because l_1 \parallel l_2$, 且 l_1, l_2 斜率存在, $\therefore -\frac{a}{2} = -(a-1)$, 解之得 $a = 2$. 综上: $a = 2, b = -2$.

22. 解: 据题意设圆心 $C(a, 0)$,

圆 C 方程为 $(x-a)^2 + y^2 = r^2$,

$$\text{则有 } \begin{cases} (1-a)^2 = r^2, \\ |a-1| = \sqrt{r^2-3}. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} r = 2, \\ a = -1 \text{ 或 } 3. \end{cases}$$

\therefore 所求圆 C 的标准方程为: $(x+1)^2 + y^2 = 4$,

或 $(x-3)^2 + y^2 = 4$.

23. 解: (1) 由 AC 边上的高 BH 所在直线方程为 $x - 2y - 5 = 0$ 可知 $k_{AC} = -2$, 又 $A(5, 1)$, AC 边所在直线方程为 $y - 1 = -2(x - 5)$,

即 AC 边所在直线方程为 $2x + y - 11 = 0$.

(2) 由 AC 边所在直线方程为 $2x + y - 11 = 0$,

AB 边上的中线 CM 所在直线方程为 $2x - y - 5 = 0$,

$$\text{由 } \begin{cases} 2x + y - 11 = 0, \\ 2x - y - 5 = 0, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 4, \\ y = 3. \end{cases}$$

所以顶点 C 的坐标为 $(4, 3)$.

24. 解: (1) 连结 PO ,

$\because P, O$ 分别为 SB, AB 的中点, $\therefore PO \parallel SA$,

$PO \subset$ 平面 PCD ,

$SA \not\subset$ 平面 PCD ,

$\therefore SA \parallel$ 平面 PCD .

(2) $r = 2$,

母线 $l = SB = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore S_{底} = \pi r^2 = 4\pi,$$

$$S_{侧} = \pi r l = 4\sqrt{2}\pi,$$

$$\therefore S_{表} = S_{底} + S_{侧} = 4(\sqrt{2} + 1)\pi.$$

(3) $\because PO \parallel SA, \therefore \angle DPO$ 为异面直线 SA 与 PD 所成角,

$\because CD \perp AB, CD \perp SO, AB \cap SO = O$,

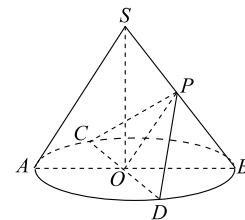
$\therefore CD \perp$ 平面 SOB ,

$\therefore OD \perp PO$.

在 $Rt\triangle DOP$ 中, $OD = 2, OP = \frac{1}{2}SB = \sqrt{2}$,

$$\therefore \tan \angle DPO = \frac{OD}{OP} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2},$$

\therefore 异面直线 SA 与 PD 所成角的正切值为 $\sqrt{2}$.



吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	B	B	D	A	C	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	B	C	A	C	B	D	

二、填空题

16. 45

17. $\frac{17}{25}$

18. 4

19. $\frac{2}{3}$

三、解答题

20. 解: (1) $\because \frac{x}{2000} = 0.19, \therefore x = 380$.

(2) 初三年级人数为 $y + z = 2000 - (373 + 377 + 380 + 370) = 500$, 现用分层抽样的方法在全校抽取

48 名学生, 应在初三年级抽取的人数为: $\frac{48}{2000} \times 500 = 12$ 名.

(3) 设初三年级女生比男生多的事件为 A , 初三年级女生男生数记为 (y, z) ;

由 (2) 知 $y + z = 500$, 且 $y, z \in \mathbf{N}$, 基本事件空间包含的基本事件有:

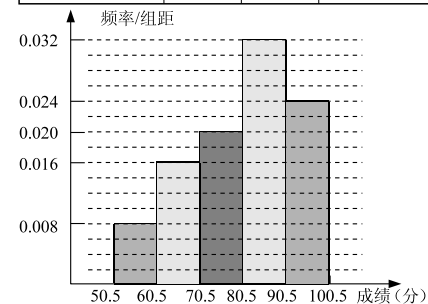
$(245, 255), (246, 254), (247, 253), \dots, (255, 245)$ 共 11 个,

事件 A 包含的基本事件有: $(251, 249), (252, 248), (253, 247), (254, 246), (255, 245)$ 共 5 个.

$$\therefore P(A) = \frac{5}{11}.$$

21. 解: (1) 如表.

分组	频数	频率	频率/组距
50.5 ~ 60.5	4	0.08	0.008
60.5 ~ 70.5	8	0.16	0.016
70.5 ~ 80.5	10	0.20	0.020
80.5 ~ 90.5	16	0.32	0.032
90.5 ~ 100.5	12	0.24	0.024
合计	50	1.00	



(2) 频率分布直方图如上所示.

(3) 成绩在 75.5 ~ 80.5 分的学生占 70.5 ~ 80.5 分的学生频率为 $\frac{5}{10}$, 因为成绩在 70.5 ~ 80.5 分的学生频率为 0.2, 所以成绩在 75.5 ~ 80.5 分的学生频率为 0.1; 成绩在 80.5 ~ 85.5 分的学生占 80.5 ~ 90.5 分的学生频率为 $\frac{8}{16}$, 因为成绩在 80.5 ~ 90.5 分的学生频率为 0.32, 所以成绩在 80.5 ~ 85.5 分的学生频率为 0.16; 所以成绩在 75.5 ~ 85.5 分的学生频率为 0.26, 由于有 900 名学生参加了这次竞赛, 所以该校获得二等奖的学生约为 $0.26 \times 900 = 234$ (人).

22. 解: (1) 记事件 $A = \{\text{投掷一次中 10 环}\}$,

事件 A 发生, 飞镖落在半径为 10 的圆内,

因此由几何概型的求概率公式得

$$P(A) = \frac{S_{10}}{S} \times (1 - 0.4) = \frac{10^2\pi}{40^2\pi} \times 0.6 = \frac{1}{16} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{80},$$

所以这位同学投掷一次中 10 环的概率为 $\frac{3}{80}$.

(2) 记事件 $B = \{\text{投掷一次不到 9 环}\}$, 事件 B 发生, 飞镖落在 7、8 环或靶外, 因此由几何概型的求概率公式得

$$\begin{aligned} P(B) &= 0.4 + \frac{S - S_{10+9}}{S} \times (1 - 0.4) \\ &= 0.4 + \frac{40^2\pi - 20^2\pi}{40^2\pi} \times 0.6 \\ &= \frac{2}{5} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{17}{20}, \end{aligned}$$

所以这位同学投掷一次不到 9 环的概率为 $\frac{17}{20}$.

23. 解: (1) 因为间隔时间相同, 故是系统抽样.

(2) 茎叶图如下:

	甲		乙
	8 7 2		7 8
			6 8 2 8
			2 9 2 5

(3) 因为 $\bar{x}_甲 = \frac{1}{5}(86 + 72 + 92 + 78 + 77) = 81$,

$\bar{x}_乙 = \frac{1}{5}(82 + 92 + 78 + 95 + 88) = 87$, 所以

$S_甲^2 = \frac{1}{5}(5^2 + 9^2 + 11^2 + 3^2 + 4^2) = 50.4$,

$S_乙^2 = \frac{1}{5}(5^2 + 5^2 + 9^2 + 8^2 + 1^2) = 39.2$.

而 $S_甲^2 > S_乙^2$, 所以乙车间产品较稳定.

24. 解: (1) 直线 l_1 的斜率 $k_1 = \frac{1}{2}$, 直线 l_2 的斜率 $k_2 = \frac{a}{b}$.

设事件 A 为“直线 $l_1 \cap l_2 = \emptyset$ ”.

$a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的总事件数为 $(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6), \dots, (5, 6), (6, 6)$ 共 36 种. 若 $l_1 \cap l_2 = \emptyset$, 则 $l_1 \parallel l_2$, 即 $k_1 = k_2$, 即 $b = 2a$.

满足条件的实数对 (a, b) 有 $(1, 2), (2, 4), (3, 6)$ 共三种情形.

所以 $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$. 答: 直线 $l_1 \cap l_2 = \emptyset$ 的概率为 $\frac{1}{12}$.

(2) 设事件 B 为“直线 l_1 与 l_2 的交点位于第一象限”, 由于直线 l_1 与 l_2 有交点, 则 $b \neq 2a$.

联立方程组 $\begin{cases} ax - by + 1 = 0, \\ x - 2y - 1 = 0. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = \frac{b+2}{b-2a}, \\ y = \frac{a+1}{b-2a}. \end{cases}$

因为直线 l_1 与 l_2 的交点位于第一象限, 则 $\begin{cases} x > 0, \\ y > 0. \end{cases}$

即 $\begin{cases} x = \frac{b+2}{b-2a} > 0, \\ y = \frac{a+1}{b-2a} > 0. \end{cases}$ 解得 $b > 2a$.

$a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的总事件数为 $(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6), \dots, (5, 6), (6, 6)$ 共 36 种.

满足条件的实数对 (a, b) 有 $(1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)$ 共六种.

所以 $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

答: 直线 l_1 与 l_2 的交点位于第一象限的概率为 $\frac{1}{6}$.

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	C	A	C	C	A
9	10	11	12	13	14	15	
A	C	D	A	D	B	D	

二、填空题

16. $\frac{4}{3}$

17. 3

18. 直角三角形

19. ②

三、解答题

20. 解: $\because a = (1, 1), b = (2, x)$,

$\therefore a + b = (3, 1+x), 4b - 2a = (6, 4x-2)$,

由于 $a + b$ 与 $4b - 2a$ 平行,

得 $6(x+1) - 3(4x-2) = 0$,

解得 $x = 2$.

21. 解: (1) $\because \tan \frac{\alpha}{2} = 2, \tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{2 \times 2}{1 - 2^2} = -\frac{4}{3}$,

$\therefore \tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 - \frac{4}{3}}{1 + \frac{4}{3}} = -\frac{1}{7}$.

(2) $\frac{6 \sin \alpha + \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha} = \frac{\frac{6 \sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{6 \tan \alpha + 1}{3 \tan \alpha - 2}$

$= \frac{6 \times (-\frac{4}{3}) + 1}{3 \times (-\frac{4}{3}) - 2} = \frac{7}{6}$.

22. 解: (1) $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x + \cos \omega x = 2 \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$,

由题设知 $f(x)$ 的周期为 $T = \pi, \therefore \omega = \frac{2\pi}{\pi} = 2$,

$\therefore f(x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6})$,

由 $2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ 得,

$k\pi - \frac{\pi}{3} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}$

$\therefore f(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}], (k \in \mathbf{Z})$.

(2) $\because -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$,

$\therefore -\frac{\pi}{6} \leq 2x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{7\pi}{6}$,

$\therefore -\frac{1}{2} \leq \sin(2x + \frac{\pi}{6}) \leq 1$,

$\therefore -1 \leq 2 \sin(2x + \frac{\pi}{6}) \leq 2$,

$\therefore f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值为 2, 最小值为 -1.

23. 解: 由 $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3}) + \sin^2 x = \cos 2x \cos \frac{\pi}{3} -$

$\sin 2x \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x$,

则 $f(\frac{C}{2}) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin C = -\frac{1}{4}$, 所以 $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

因为 C 为锐角, 所以 $C = \frac{\pi}{3}$,

又因为在 $\triangle ABC$ 中, $\cos B = \frac{1}{3}$, 所以 $\sin B = \frac{2\sqrt{2}}{3}$,

所以 $\sin A = \sin(B + C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}$.

24. 解: (1) 由 $a \perp (b - 2c)$ 得

$a \cdot (b - 2c) = a \cdot b - 2a \cdot c = 0$,

即 $4 \sin(\alpha + \beta) - 8 \cos(\alpha + \beta) = 0, \tan(\alpha + \beta) = 2$.

(2) $b + c = (\sin \beta + \cos \beta, 4 \cos \beta - 4 \sin \beta)$,

$|b + c|^2 = \sin^2 \beta + 2 \sin \beta \cos \beta + \cos^2 \beta + 16 \cos^2 \beta - 32 \cos \beta \sin \beta + 16 \sin^2 \beta$

$= 17 - 30 \sin \beta \cos \beta = 17 - 15 \sin 2\beta$,

最大值为 32, 所以 $|b + c|$ 的最大值为 $4\sqrt{2}$.

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	D	A	C	B	A	D
9	10	11	12	13	14	15	
D	D	B	B	C	A	A	

二、填空题

16. 120°

17. $3\sqrt{3}k$ m

18. 10

19. $\begin{cases} 2, (n=1) \\ -4n+5, (n \geq 2) \end{cases}$

三、解答题

20. 解: (1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d .

因为 $a_5 = -6, a_6 = 0$, 所以 $\begin{cases} a_1 + 2d = -6 \\ a_1 + 5d = 0 \end{cases}$,

解得 $a_1 = -10, d = 2$,

所以 $a_n = -10 + (n-1) \cdot 2 = 2n - 12$.

(2) 设等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q ,

因为 $b_2 = a_1 + a_2 + a_3 = -24, b_1 = -8$,

所以 $-8q = -24$, 即 $q = 3$,

所以 $\{b_n\}$ 的前 n 项和公式为

$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q} = 4(1-3^n)$.

21. 解: 过 A 作垂线 AD 交 CB 于 D , 则在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中,

$\angle ABD = \alpha, AB = \frac{h}{\sin \alpha}$.

又在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = \beta, \angle BAC = \alpha - \beta$,

由正弦定理, 得 $\frac{BC}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{AB}{\sin \beta}$, 即

$BC = \frac{AB \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin \beta} = \frac{h \cdot \sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$
 $= \frac{100 \cdot \sin(60^\circ - 30^\circ)}{\sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ} = \frac{200\sqrt{3}}{3}$ (米).

22. 解: (1) 设行车所用时间为 $t = \frac{130}{x}$ 小时,

则 $y = \frac{130}{x} \cdot 6 \cdot (2 + \frac{x^2}{360}) + \frac{18 \times 130}{x}$

$= 130 \cdot (\frac{30}{x} + \frac{6 \cdot x^2}{360x}) = 130 \cdot (\frac{30}{x} + \frac{x}{60})$,

$x \in [40, 100]$.

(2) 由 (1) 可知

$y = 130 \cdot (\frac{30}{x} + \frac{x}{60}) \geq 130 \times 2 \sqrt{\frac{30}{x} \times \frac{x}{60}}$,

即 $y_{\min} = 130\sqrt{2}$,

当且仅当 $x = 30\sqrt{2}$ (km/h) 时, 函数取最小值.

23. 解: (1) $a_n = a_{n-1} + n$,

$a_{n-1} = a_{n-2} + n - 1, a_{n-2} = a_{n-3} + n - 2,$

\dots ,

$a_2 = a_1 + 2$, 易得 $a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

(2) $\because \frac{1}{a_n} = \frac{1}{1+2+3+\dots+n} = \frac{2}{n(n+1)}$

$= 2(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1})$,

$\therefore S_n = 2(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = \frac{2n}{n+1}$.

24. 解: (1) 由题意知 $2a_n = S_n + 1$,

当 $n = 1$ 时, $2a_1 = a_1 + 1, \therefore a_1 = 1$,

当 $n \geq 2$ 时, $S_n = 2a_n - 1, S_{n-1} = 2a_{n-1} - 1$,

两式相减得 $a_n = 2a_n - 2a_{n-1}$, 整理得 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 2$,

\therefore 数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项, 2 为公比的等比数列,

$\therefore a_n = a_1 \cdot 2^{n-1} = 1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$.

(2) $T_n = \frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \dots + \frac{n}{a_n}$,

$T_n = 1 + \frac{2}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{4}{2^3} + \dots + \frac{n-1}{2^{n-2}} + \frac{n}{2^{n-1}}$,

$\frac{1}{2}T_n = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n-2}{2^{n-2}} + \frac{n-1}{2^{n-1}} + \frac{n}{2^n}$,

两式相减

$\frac{1}{2}T_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{n}{2^n}$,

$= \frac{1(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{2+n}{2^n}$,

$\therefore T_n = 4 - \frac{2+n}{2^{n-1}} < 4$,

\therefore 对于一切 $n \in \mathbf{N}^*$, 有 $T_n < \frac{m-4}{3}$ 成立,

即只须 $\frac{m-4}{3} \geq 4$, 即 $m \geq 16$. $\therefore m$ 的最小值为 16.

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	C	C	D	C	D
9	10	11	12	13	14	15	
B	A	A	B	A	D	B	

二、填空题

16. $>$

17. 81

18. 0.15

19. 3

三、解答题

20. 解: (1) $\because A$ 是锐角, $\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{1}{2}, \tan A =$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \sqrt{3}$$

(2)由余弦定理,得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = 9 + 4 - 2 \times 3 \times 2 \times \frac{1}{2} = 7$. $\therefore a = \sqrt{7}$.

21. 解: (1) $\because \{a_n\}$ 是等比数列, 设公比为 q , $\therefore a_n = a_1 q^{n-1}$,

$$\therefore 8 = q^3, \therefore q = 2.$$

$$\therefore a_n = 2^{n-1}.$$

$$(2) \because q = 2, \therefore S_n = \frac{1-2^n}{1-2} = 63.$$

22. 解: (1) 证明: $\because SA \perp$ 平面 $ABCD, AB \subset$ 平面 $ABCD, AB \perp SA$.

又四边形 $ABCD$ 为正方形, $AB \perp AD, SA \cap AD = A$,

$\therefore AB \perp$ 平面 SAD .

(2) $\because AB \parallel CD, \therefore \angle SCD$ 为异面直线 AB 与 SC 所成的角,

$\because AB \perp$ 平面 $SAD, CD \parallel AB, \therefore CD \perp$ 平面 SAD ,

$\therefore CD \perp SD, \therefore \angle SDC = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle SDC$ 中, $CD = AB = 1, SD = \sqrt{3}$,

$$\therefore \tan \angle SCD = \sqrt{3}, \therefore \angle SCD = 60^\circ,$$

\therefore 异面直线 AB 与 SC 所成的角为 60° .

23. 解: (1) 当 $k = 3$ 时, 直线 l 的方程为 $y = 3x + 1$.

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 由 $\begin{cases} y = 3x + 1, \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0, \end{cases}$ 得 $5x^2 - 4x - 1 = 0$.

解得 $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{5}$. 代入 $y = 3x + 1$,

$$\text{得 } y_1 = 4, y_2 = \frac{2}{5}. \therefore A(1, 4), B(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}),$$

$$\therefore |AB| = \sqrt{(1 + \frac{1}{5})^2 + (4 - \frac{2}{5})^2} = \frac{6\sqrt{10}}{5}.$$

(2) 由 $\begin{cases} y = kx + 1, \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0, \end{cases}$ 得 $(1 + k^2)x^2 - 2(k + 1)x - 2 = 0$.

\therefore 判别式 $\Delta = 4(k + 1)^2 + 8(1 + k^2) > 0$,

\therefore 方程组有两个不同的解,

\therefore 直线 l 恒与圆 C 相交.

24. 解: (1) $\because a \geq b > c, \therefore 3c < a + b + c < 3a$.

又 $a + b + c = 0, \therefore a > 0, c < 0$.

令 $ax^2 + 2bx + c = 0$,

判别式 $\Delta = 4b^2 - 4ac = 4(-a - c)^2 - 4ac$

$$= 4(a^2 + c^2 + ac) = 4[(a + \frac{c}{2})^2 + \frac{3}{4}c^2],$$

$\because a > 0, c < 0, \therefore \Delta > 0$,

\therefore 方程 $ax^2 + 2bx + c = 0$ 有两个不等实根,

即函数 $f(x)$ 有两个零点.

(2) 函数 $f(x)$ 图象的对称轴为 $x = -\frac{b}{a} = \frac{a+c}{a}$

$$= 1 + \frac{c}{a},$$

$\because a > 0, c < 0, \therefore 1 + \frac{c}{a} < 1$,

$\therefore f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是增函数,

$\therefore f(x)$ 在 $[1, 3]$ 上的最小值为 $f(1)$, 最大值为 $f(3)$.

$$\text{综上, 得 } \begin{cases} a + b + c = 0, \\ a + 2b + c = 1, \\ 9a + 6b + c = 13. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = 1, \\ b = 1, \\ c = -2. \end{cases}$$

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	D	A	C	C	D	D
9	10	11	12	13	14	15	
C	B	B	C	D	C	D	

二、填空题

16. >

17. 1

18. 20

19. 3

三、解答题

20. 解: (1) $\triangle ABC$ 中, $\tan B = -\sqrt{3}, \therefore B = 120^\circ$,

$$\therefore \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos B = -\frac{1}{2}.$$

(2) 由余弦定理, 得 $b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB$

$$= 9 + 4 - 2 \times 3 \times 2 \times (-\frac{1}{2}) = 19.$$

$$\therefore b = \sqrt{19}.$$

21. 解: (1) 证明: $\because a_{n+1}^2 + 4a_{n+1}a_n + 4a_n^2 = 0$,

$$\therefore (a_{n+1} + 2a_n)^2 = 0,$$

$$\therefore a_{n+1} = -2a_n (n \in \mathbf{N}^*),$$

$\therefore \{a_n\}$ 是等比数列.

(2) 由(1)知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_1 = 1$, 公比 $q = -2$,

$$\therefore S_8 = \frac{a_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{1-(-2)^8}{1-(-2)} = -\frac{255}{3}.$$

22. 解: (1) \because 正方体的棱长为 1,

$$\therefore V_{B-ADD_1} = \frac{1}{3} S_{ADD_1} \cdot AB = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}.$$

(2) $\because P, Q$ 分别为 AB, BD_1 的中点, $\therefore AD_1 \parallel PQ$,

又 $\because AA_1 \parallel CC_1$,

$\therefore \angle A_1AD_1$ 为异面直线 PQ 与 CC_1 所成的角.

在 $\triangle A_1AD_1$ 中, $\because AA_1 \perp A_1D_1, AA_1 = A_1D_1$,

$\therefore \angle A_1AD_1 = 45^\circ$,

\therefore 异面直线 PQ 与 CC_1 所成的角为 45° .

23. 解: (1) $\because l_1 \perp l_2$, 且 l_1 的斜率 $k_1 = 2$,

$\therefore l_2$ 的斜率存在且不为 0, 且 $k_2 = -\frac{1}{a}$,

又 $l_1 \perp l_2, \therefore k_1 k_2 = -1$.

$$\text{即 } 2 \cdot (-\frac{1}{a}) = -1, \therefore a = 2.$$

$\therefore l_1 \perp l_2$ 时, $a = 2$.

(2) 解法一:

\because 圆心 $C(2, 1)$, 直线 l_1 与圆 C 相切,

\therefore 点 C 到直线 l_1 的距离等于半径 r ,

$$r = \frac{|2 \times 2 + 1 \times (-1) + 2|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

\therefore 直线 l_1 与圆 C 相切时, $r = \sqrt{5}$.

解法二:

$y = 2x + 2$ 代入圆 C 的方程, 整理得:

$$5x^2 + 5 - r^2 = 0.$$

\because 直线 l_1 与圆 C 相切, $\therefore \Delta = 0^2 - 4 \times 5(5 - r^2) = 0$,

解得: $r = \sqrt{5}$,

\therefore 直线 l_1 与圆 C 相切时, $r = \sqrt{5}$.

24. 解: (1) $\because f(x)$ 的一个零点为 1,

$\therefore f(1) = 0$, 即 $1 - 2a + 2 - a = 0, \therefore a = 1$.

(2) 由已知, 函数 $f(x)$ 的图象开口向上, 对称轴为 $x = a$.

① 当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 因此,

$f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的最小值为 $f(0) = 2 - a$,

$\therefore 2 - a \geq 0, \therefore a \leq 2$.

又 $a < 0, \therefore a < 0$.

② 当 $a \geq 0$ 时, $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的最小值为

$f(a) = -a^2 - a + 2, \therefore -a^2 - a + 2 \geq 0, \therefore -2 \leq a \leq 1$.

又 $a \geq 0, \therefore 0 \leq a \leq 1$.

综上所述, a 的取值范围是 $a \leq 1$.

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	B	C	D	A	A	C
9	10	11	12	13	14	15	
C	D	B	A	C	C	B	

二、填空题

16. 60

$$17. \frac{\sqrt{2}}{10}$$

$$18. (x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$$

19. 100

三、解答题

20. 解: (1) $\because A + B + C = 180^\circ$,

$$\therefore \cos B = -\cos(A + C) = \frac{1}{2},$$

又 $\because 0 < B < 180^\circ, \therefore B = 60^\circ$.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理得

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}, b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{10 \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 5\sqrt{6}.$$

21. 解: (1) 连结 FD , 则 F 为 BD 的中点,

$\because E$ 为 PB 的中点, $\therefore EF \parallel PD$,

又 $EF \not\subset$ 平面 $PCD, PD \subset$ 平面 $PCD, \therefore EF \parallel$ 平面 PCD .

(2) 取 AB 中点 G , 连结 EG , 则 $EG \parallel PA$,

$\therefore EG \perp$ 平面 $ABCD$,

$\therefore EG$ 是三棱锥 $E-ABF$ 的高, $EG = \frac{1}{2}PA = 1$,

$$\text{又 } S_{\triangle AFB} = \frac{1}{2}AF \cdot BF = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1,$$

$$\therefore V_{E-ABF} = \frac{1}{3}S_{\triangle AFB} \cdot EG = \frac{1}{3} \times 1 \times 1 = \frac{1}{3}.$$

22. 解: (1) 由频率分布直方图得成绩在 $[90, 100]$ 内的频率

为 $0.01 \times 10 = 0.1$, 在这次测验中成绩优秀的人数为 $40 \times 0.1 = 4$ (人).

(2) 设李明被抽中为事件 A , 从成绩优秀的学生中任意抽取两名学生共有 6 个基本事件, 事件 A 包含 3 个基本事件, $\therefore P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

即李明被抽中的概率为 $\frac{1}{2}$.

23. 解: (1) 圆 $x^2 + y^2 = 6$ 的圆心 $O(0, 0)$, 半径 $R = \sqrt{6}$,

解法一: 取 AB 中点 C , 连结 OC , 则 $OC \perp AB$.

$$\therefore \sin \angle AOC = \frac{|AC|}{|OA|} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore \angle AOC = 60^\circ, \therefore \angle AOB = 120^\circ$.

解法二: 在 $\triangle AOB$ 中, 由余弦定理得

$$\cos \angle AOB = \frac{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2 - (3\sqrt{2})^2}{2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{6}} = -\frac{1}{2},$$

$\therefore \angle AOB = 120^\circ$.

(2) 设 $l: y = kx + 2$. 即 $kx - y + 2 = 0$,

解法一:

$\because OA \perp OB, \therefore \triangle AOB$ 为等腰直角三角形,

\therefore 圆心 O 到 l 的距离为 $d = \sqrt{3}$,

$$\text{即 } \frac{2}{\sqrt{k^2 + 1}} = \sqrt{3}, \text{ 解得 } k = \pm \frac{\sqrt{3}}{3},$$

\therefore 直线 l 的方程为 $x - \sqrt{3}y + 2\sqrt{3} = 0$ 或 $x + \sqrt{3}y - 2\sqrt{3} = 0$.

解法二:

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 将 $y = kx + 2$ 代入 $x^2 + y^2 = 6$,

得 $x^2 + (kx + 2)^2 = 6$, 即 $(1 + k^2)x^2 + 4kx - 2 = 0$,

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{-4k}{1 + k^2}, x_1 \cdot x_2 = \frac{-2}{1 + k^2}.$$

由 $OA \perp OB$ 得 $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$,

$$\therefore x_1 \cdot x_2 + (kx_1 + 2)(kx_2 + 2) = 0,$$

$$\therefore (1 + k^2)x_1 \cdot x_2 + 2k(x_1 + x_2) + 4 = 0,$$

$$\therefore (1 + k^2)(\frac{-2}{1 + k^2}) + 2k \cdot (\frac{-4k}{1 + k^2}) + 4 = 0,$$

$$\text{解得 } k = \pm \frac{\sqrt{3}}{3},$$

\therefore 直线 l 的方程为 $x - \sqrt{3}y + 2\sqrt{3} = 0$ 或 $x + \sqrt{3}y - 2\sqrt{3} = 0$.

24. 解: (1) $\because f(-x) = -f(x)$,

$$\therefore \frac{ax^2 - bx + 1}{-x} = -\frac{ax^2 + bx + 1}{x},$$

$\therefore bx = 0$ 在 $x \neq 0$ 时恒成立, $\therefore b = 0$.

(2) 由(1)知, $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{x}$, 由 $f(x) > a$

得 $ax^2 + 1 > ax, x \in (1, 2)$,

解法一:

$$\text{令 } g(x) = ax^2 - ax + 1 = a(x - \frac{1}{2})^2 + 1 - \frac{1}{4}a,$$

故只需 $g(x) > 0, x \in (1, 2)$

① 当 $a = 0$ 时, $g(x) = 1 > 0$ 在 $(1, 2)$ 上成立;

② 当 $a > 0$ 时, $g(x)$ 在 $(1, 2)$ 上为增函数,

$\therefore g(x) > g(1) = 1 > 0$ 在 $(1, 2)$ 上成立;

③ 当 $a < 0$ 时, $g(x)$ 在 $(1, 2)$ 上为减函数,

$\therefore 2a + 1 < g(x) < 1$,
由题意, 只需 $2a + 1 \geq 0$, $\therefore -\frac{1}{2} \leq a < 0$.

综上所述, a 的取值范围为 $a \geq -\frac{1}{2}$.

解法二:

$$a(x^2 - x) > -1,$$

$$\therefore x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \in (0, 2),$$

$$\therefore a > \frac{1}{-x^2 + x} = \frac{1}{-(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}}, x \in (1, 2).$$

$$\text{而 } -(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \in (-2, 0),$$

$$\therefore \frac{1}{-(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}} \in (-\infty, -\frac{1}{2}).$$

\therefore 只需 $a \geq -\frac{1}{2}$.

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	C	A	B	D	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
C	A	B	C	C	D	D	

二、填空题

16. $\frac{3}{5}$

17. 90

18. -2

19. ③④

三、解答题

20. 解: (1) 解法一: 因为 $\frac{1}{2} \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos A$, 所以 $\tan A = \sqrt{3}$,

$$\text{又 } 0 < A < \pi, \text{ 所以 } A = \frac{\pi}{3}.$$

$$\text{解法二: 因为 } \sin A \cos \frac{\pi}{3} - \cos A \sin \frac{\pi}{3} = 0,$$

$$\text{所以 } \sin(A - \frac{\pi}{3}) = 0.$$

$$\text{又 } -\frac{\pi}{3} < A - \frac{\pi}{3} < \frac{2}{3}\pi, \text{ 所以 } A - \frac{\pi}{3} = 0, \text{ 即 } A = \frac{\pi}{3}.$$

$$(2) \text{ 根据正弦定理, 得 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B},$$

$$\text{所以 } b = \frac{a \cdot \sin B}{\sin A} = \frac{\sqrt{3} \times \sin \frac{\pi}{4}}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{2}.$$

21. 解: (1) 证明: 因为 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 为正方体,

所以 $A_1B_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 .

又 $BC_1 \subset$ 平面 BCC_1B_1 , 所以 $A_1B_1 \perp BC_1$.

又 $BC_1 \perp B_1C$, 且 $A_1B_1 \cap B_1C = B_1$,

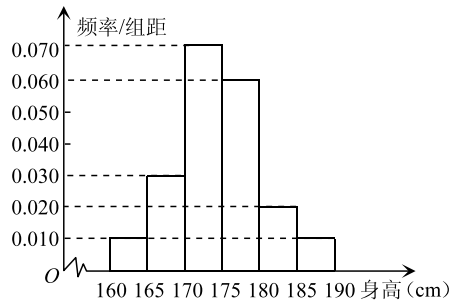
所以 $BC_1 \perp$ 平面 A_1B_1CD , 即 $BE \perp$ 平面 A_1B_1CD .

(2) 若 $AB = 1$, 则矩形 A_1B_1CD 的面积为 $\sqrt{2}$.

又 $BE = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 且 BE 为棱锥 $B - A_1B_1CD$ 的高,

$$\text{所以 } V_{B-A_1B_1CD} = \frac{1}{3} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{3}.$$

22. 解: (1) 见图



(2) 记“此人身高在 165cm~170cm 之间”为事件 A .

依题意, 身高在 160cm~170cm 之间有 8 人, 从中随机抽取 1 人, 共有 8 个基本事件.

而身高在 165cm~170cm 之间有 6 人, 则事件 A 有 6 个基本事件.

根据古典概率公式可得概率 $P(A) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

答: 此人身高在 165cm~170cm 之间的概率为 $\frac{3}{4}$.

23. 解: (1) 若圆 C 关于直线对称, 则圆心 $C(-2, 1)$ 在直线 $l: ax + y - 1 = 0$ 上,

$$\text{即 } -2a + 1 - 1 = 0, \text{ 所以 } a = 0.$$

(2) 解法一:

由直线 l 与圆 C 的方程,

$$\text{得 } \begin{cases} ax + y - 1 = 0, \\ (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 3, \end{cases}$$

$$\text{消去 } y, \text{ 得 } (1 + a^2)x^2 + 4x + 1 = 0.$$

因为直线 l 与圆 C 有两个不同的交点,

$$\text{则 } \Delta = 16 - 4(1 + a^2) > 0.$$

$$\text{解得 } -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}.$$

解法二: 因为直线 l 与圆 C 有两个不同的交点, 则圆心 $C(-2, 1)$ 到直线 $l: ax + y - 1 = 0$ 的距离

$$d = \frac{|-2a + 1 - 1|}{\sqrt{a^2 + 1}} < \sqrt{3}, \text{ 解得 } -\sqrt{3} < a < \sqrt{3}.$$

24. 解: (1) 证明: 在区间 $(0, +\infty)$ 内任意取两实数 x_1, x_2 ,

且 $0 < x_1 < x_2$,

$$\text{则 } f(x_1) - f(x_2) = (\frac{1}{x_1} + 1) - (\frac{1}{x_2} + 1) = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} > 0,$$

由 $0 < x_1 < x_2$, 得 $x_1 + x_2 > 0, x_2 - x_1 > 0, x_1 x_2 > 0$,

于是 $f(x_1) - f(x_2) > 0$, 即 $f(x_1) > f(x_2)$.

所以, 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数.

(2) 因为 $f(x) + \frac{1}{x} - \frac{1}{a} = \frac{1}{x^2} + 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{a} \geq 0$,

$$\text{所以 } \frac{1}{a} \leq \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 = (\frac{1}{x} + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}. (*)$$

由 $(*)$ 式对于一切 $x \in (-\infty, 0)$ 恒成立,

故有 $\frac{1}{a}$ 小于等于 $[(\frac{1}{x} + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}]$ 的最小值.

又当 $x = -2$ 时, $(\frac{1}{x} + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$ 有最小值 $\frac{3}{4}$.

$$\text{所以 } \frac{1}{a} \leq \frac{3}{4}.$$

解得 $a < 0$ 或 $a \geq \frac{4}{3}$.

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	B	C	D	B	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
A	B	D	B	D	B	B	

二、填空题

16. 0.03; 3

17. $\frac{13\pi}{3}$

18. $2x - 3 = 0$ 或 $6x + 8y - 17 = 0$

19. ①②

三、解答题

20. 解: (1) 根据条件 $a + b = \sqrt{2}c, a + b + c = \sqrt{2} + 1$, 则 $a + b = \sqrt{2}, c = 1$.

$$(2) \text{ 因为 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{6} \sin C,$$

$$\text{所以 } ab = \frac{1}{3}, \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2},$$

因此 $C = 60^\circ$.

21. 解: (1) 一共有 8 种不同的结果, 列举如下:

(白、白、白), (白、白、黑), (白、黑、白), (黑、白、白), (白、黑、黑), (黑、白、黑), (黑、黑、白), (黑、黑、黑).

(2) 记“3 次摸球所得总分大于 4 分”为事件 A , 事件 A 包含的基本事件为:

(白、黑、黑), (黑、白、黑), (黑、黑、白), (黑、黑、黑), 事件 A 包含的基本事件数为 4, 由 (1) 可知, 基本事件总数为 8,

所以事件 A 的概率为 $P(A) = \frac{1}{2}$.

22. 解: 设今后人口年平均增长率为 1%, 经过 x 年后, 我国人口数为 y 亿.

1999 年底, 我国人口约 13 亿;

经过 1 年 (2000 年), 人口数为 $13 + 13 \times 1\% = 13 \times (1 + 1\%)$;

经过 2 年 (2001 年), 人口数为 $13 \times (1 + 1\%) + 13 \times (1 + 1\%) \times 1\% = 13 \times (1 + 1\%)^2$;

.....

所以, 经过 x 年, 人口数为 $13 \times (1 + 1\%)^x = 13 \times 1.01^x$ (亿);

当 $x = 20$ 时, $y = 13 \times 1.01^{20} \approx 16$ (亿).

所以, 经过 20 年后, 我国人口数最多为 16 亿.

23. 解: (1) $\because a_1 = 1, S_3 = 7, \therefore S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 7$,

$$\therefore a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = 7, \therefore 1 + q + q^2 = 7, \therefore q > 0,$$

$$\therefore q = 2, \therefore a_n = a_1 q^{n-1} = 2^{n-1}.$$

$$(2) \because a_n = 4^{n-1}, \therefore T_n = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2$$

$$= \frac{1 - 4^n}{1 - 4} = \frac{1}{3} (4^n - 1).$$

24. 解: 设点 M 的坐标是 (x, y) , 点 A 的坐标是 (x_0, y_0) .

由于点 B 的坐标是 $(4, 3)$, 且点 M 是线段 AB 的中点,

$$\text{所以 } x = \frac{x_0 + 4}{2}, y = \frac{y_0 + 3}{2}, \text{ 于是 } x_0 = 2x - 4,$$

$$y_0 = 2y - 3, \text{ ①}$$

因为点 A 在圆 $(x + 1)^2 + y^2 = 4$ 上运动, 所以点 A 的坐标满足方程 $(x + 1)^2 + y^2 = 4$,

即 $(x_0 + 1)^2 + y_0^2 = 4$, ② 把①代入②,

$$\text{得 } (2x - 4 + 1)^2 + (2y - 3)^2 = 4,$$

$$\text{整理, 得 } (x - \frac{3}{2})^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = 1.$$

所以, 点 M 的轨迹是以 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ 为圆心, 半径长是 1 的圆.

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 6

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	B	C	B	D	B	A
9	10	11	12	13	14	15	
B	A	A	B	A	D	A	

二、填空题

16. 圆锥

17. $\frac{2\pi}{3}$

18. 4

19. 3

三、解答题

20. 解: (1) $\because \cos B = \frac{4}{5}, 0 < B < \pi$,

$$\therefore \sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{由正弦定理 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \text{ 得: } \sin A = \frac{a \sin B}{b} = \frac{2 \times \frac{3}{5}}{3} = \frac{2}{5}.$$

$$(2) \because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B = 3,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{5} c = 3.$$

$$\therefore c = 5.$$

由余弦定理, 得:

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ &= 4 + 25 - 2 \times 2 \times 5 \times \frac{4}{5} \\ &= 13. \end{aligned}$$

$$\therefore b = \sqrt{13}.$$

21. 解: (1) 证明: 连结 BD , 交

AC 于 O . 连结 EO ,

则 O 为 BD 的中点.

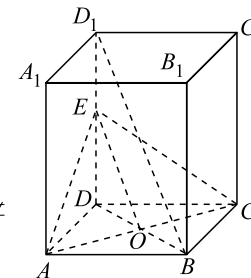
$\because E$ 为 DD_1 的中点,

$\therefore EO \parallel BD_1$.

又 $EO \subset$ 平面 $AEC, BD_1 \not\subset$

平面 AEC ,

$\therefore BD_1 \parallel$ 平面 AEC .



(2)解法一:

在 $Rt\triangle EAD, Rt\triangle ECD, Rt\triangle ACD$ 中,

$$\therefore AD = CD = 1, ED = 1,$$

$$\therefore AE = AC = EC = \sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle EAD} = S_{\triangle ECD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} AC \cdot AE \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore S_{\text{表}} = 3S_{\triangle ACD} + S_{\triangle AEC} = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}.$$

解法二:

$\therefore AD = CD = 1, AA_1 = 2, E$ 是 DD_1 中点,

$$\therefore AD = CD = DE = 1.$$

$$\therefore AE = CE,$$

$\therefore O$ 是 AC 中点,

$\therefore OE \perp AC.$

$$\text{又 } BD_1 = \sqrt{AD^2 + CD^2 + DD_1^2} = \sqrt{6},$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2} BD_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} AC \cdot OE = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{又 } S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CDE} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \text{三棱锥 } D - AEC \text{ 表面积 } S_{\text{表}} = 3S_{\triangle ACD} + S_{\triangle AEC} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}.$$

22. 解: (1) 设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,

由已知 $a_1 = a, a_3 = 2a^3 = 16$,

$$\therefore q = 2.$$

$$\therefore a_n = a \cdot 2^{n-1} = 2^n.$$

(2) 由(1)得, $a_3 = 8, a_5 = 32$,

$$\therefore b_3 = 8, b_5 = 32,$$

设数列 $\{b_n\}$ 的公差为 d ,

$$\text{则 } \begin{cases} b_1 + 2d = 8, \\ b_1 + 4d = 32. \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} b_1 = -16, \\ d = 12. \end{cases}$$

$$\therefore S_n = nb_1 + \frac{n(n-1)d}{2} = -16n + \frac{n(n-1) \times 12}{2} = 6n^2 - 22n.$$

23. 解: (1) 由已知可得, 圆心 $(-3, 1)$, 半径长 $r = 2$.

\therefore 弦长为 $2\sqrt{3}$,

\therefore 圆心到直线 l 的距离 $d = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 1$.

(2) 设直线 l 的方程为 $y = k(x - 4)$, 即 $kx - y - 4k = 0$.

$$\text{圆心到直线 } l \text{ 的距离为 } d = \frac{|1 - 3k - 1 - 4k|}{\sqrt{1 + k^2}} = 1,$$

整理得: $k(24k + 7) = 0$.

$$\text{解得: } k = 0 \text{ 或 } k = -\frac{7}{24}.$$

故所求直线 l 有两条, 分别为: $y = 0$ 或 $y = -\frac{7}{24}(x - 4)$,

$$\text{即 } y = 0 \text{ 或 } 7x + 24y - 28 = 0.$$

24. 解: (1) $g(x) = f(x) + 3x = -x^2 + (2a + 3)x - a$,

$\therefore g(x)$ 是偶函数,

$$\therefore g(-x) = g(x).$$

$$\therefore -x^2 - (2a + 3)x - a = -x^2 + (2a + 3)x - a.$$

即 $2(2a + 3)x = 0$ 恒成立.

$$\therefore 2a + 3 = 0, a = -\frac{3}{2}.$$

(2) 解法一:

二次函数 $y = f(x)$ 的对称轴为 $x = a$, 图象开口向下,

① 当 $a \leq 1$ 时, $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是减函数,

$$\therefore f(x)_{\text{最大值}} = f(1) = a - 1 \leq 2. \text{ 解得: } a \leq 3.$$

$$\therefore a \leq 1.$$

② 当 $a > 1$ 时, $f(x)_{\text{最大值}} = f(a) = a^2 - a \leq 2$,

$$\text{即 } a^2 - a - 2 \leq 0. \text{ 得 } -1 \leq a \leq 2.$$

$$\therefore 1 < a \leq 2.$$

综上所述, a 的取值范围是 $a \leq 2$.

解法二:

$$\therefore f(x) \leq 2,$$

$$\therefore -x^2 + 2ax - a \leq 2, \text{ 即 } a \leq \frac{x^2 + 2}{2x - 1} (x \geq 1).$$

$$\text{设 } \varphi(x) = \frac{x^2 + 2}{2x - 1},$$

函数 $y = f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上, $f(x) \leq 2$ 恒成立等价于

$$\varphi(x)_{\text{最小值}} \geq a.$$

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{x^2 + 2}{2x - 1} \\ &= \frac{(x - \frac{1}{2})^2 + (x - \frac{1}{2}) + \frac{9}{4}}{2(x - \frac{1}{2})} \\ &= \frac{1}{2} \left((x - \frac{1}{2}) + \frac{9}{4(x - \frac{1}{2})} + 1 \right). \end{aligned}$$

$$\therefore x \geq 1,$$

$$\therefore x - \frac{1}{2} > 0.$$

$$\therefore \varphi(x) \geq \frac{1}{2} \left(2 \sqrt{(x - \frac{1}{2}) \times \frac{9}{4(x - \frac{1}{2})}} + 1 \right)$$

$$= \frac{1}{2} (3 + 1)$$

$$= 2.$$

$$\text{当 } x - \frac{1}{2} = \frac{9}{4(x - \frac{1}{2})}, \text{ 即 } x = 2 \text{ 时, 取等号,}$$

$$\therefore \varphi(x)_{\text{最小值}} = 2.$$

$$\therefore a \leq 2.$$

吉林省 2017 ~ 2018 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 7

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	A	B	C	A	C	A
9	10	11	12	13	14	15	
B	D	A	A	B	B	D	

二、填空题

16. π

17. $\frac{1}{2}$

18. 33

19. 1

三、解答题

20. 解: (1) 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, 得 $\frac{\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} = \frac{b}{\sin 45^\circ}$,

$$\therefore b = 2.$$

$$(2) \because A = 30^\circ, B = 45^\circ, A + B + C = 180^\circ,$$

$$\therefore C = 105^\circ.$$

$$\text{又 } \because \sin 105^\circ = \sin(60^\circ + 45^\circ)$$

$$= \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 2 \times \sin 105^\circ = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}.$$

21. 解: (1) 证明: 连接 A_1C_1 , 则 $B_1D_1 \perp A_1C_1$.

$\therefore AA_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$,

$B_1D_1 \subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$,

$\therefore AA_1 \perp B_1D_1$.

又 $\because AA_1 \cap A_1C_1 = A_1$,

$\therefore B_1D_1 \perp$ 平面 AA_1C_1 .

$\therefore AC_1 \perp B_1D_1$.

(2) $\because AA_1 = 2, E$ 是 AA_1 的

中点, $\therefore AE = 1$.

由已知正方体 $ABCD -$

$A_1B_1C_1D_1$ 可知, $AE \perp$ 平面 ABD , 且 $AB \perp AD$,

$$\therefore V_{E-ABD} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AB \times AD \times AE$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 1 = \frac{2}{3}.$$

22. 解: (1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d .

$$\therefore a_3 + a_4 = 1, \therefore a_1 + 2d + a_1 + 3d = 1.$$

$$\text{又 } a_1 = -2, \therefore d = 1.$$

由 $a_n = a_1 + (n - 1)d$ 得 $a_n = -2 + (n - 1) \times 1$,

整理得 $a_n = n - 3$.

(2) 由 $a_n = n - 3$ 可得 $a_{15} = 15 - 3 = 12$.

$$\therefore S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2},$$

$$\therefore S_{15} = \frac{15 \times (-2 + 12)}{2} = 75.$$

23. 解: (1) \because 直线 AB 的倾斜角 $\alpha = 45^\circ, \therefore k_{AB} = 1$.

又因为直线 AB 过点 $P(-1, 2)$,

由直线方程的点斜式: $y - y_0 = k(x - x_0)$,

得直线 AB 的方程为 $y - 2 = 1 \times (x + 1)$, 整理得 $x - y$

$$+ 3 = 0.$$

由圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ 可知,

圆心坐标为 $C(1, 1)$,

\therefore 圆心 C 到直线 AB 的距离为

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|1 - 1 + 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

(2) \because 弦 AB 被点 P 平分, $\therefore AB \perp CP$.

$$\therefore k_{AB} = -\frac{1}{k_{PC}} = 2.$$

\therefore 直线 AB 的方程为 $y - 2 = 2(x + 1)$,

整理得 $2x - y + 4 = 0$.

24. 解: (1) 当 $k = 4$ 时, 函数 $f(x) = 2x^2 - 4x - 8$,

函数图象开口向上, 对称轴方程为 $x = 1$.

\therefore 函数 $f(x) = 2x^2 - 4x - 8$ 的单调递减区间为 $(-\infty, 1]$,

单调递增区间为 $[1, +\infty)$.

(2) 函数 $f(x) = 2x^2 - kx - 8$ 的对称轴方程为 $x = \frac{k}{4}$, 图象开口向上.

① 当 $k < -4$, 即 $\frac{k}{4} < -1$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 2]$ 上单调递增.

此时 $g(k) = f(-1) = 2 + k - 8 = k - 6$.

② 当 $-4 \leq k \leq 8$, 即 $-1 \leq \frac{k}{4} \leq 2$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $[-1,$

$\frac{k}{4}]$ 上单调递减, 在区间 $[\frac{k}{4}, 2]$ 上单调递增.

$$\text{此时 } g(k) = f(\frac{k}{4}) = 2 \times \frac{k^2}{16} - \frac{k^2}{4} - 8 = -\frac{k^2}{8} - 8.$$

③ 当 $k > 8$, 即 $\frac{k}{4} > 2$ 时, 函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 2]$ 上单调递减.

此时 $g(k) = f(2) = 8 - 2k - 8 = -2k$.

$$\text{综上所述: } g(k) = \begin{cases} k - 6, & k < -4, \\ -\frac{k^2}{8} - 8, & -4 \leq k \leq 8, \\ -2k, & k > 8. \end{cases}$$