吉林省 2014 ~ 2015 学年度高中必修课程复习与检测

参考答案

数学必修 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	C	C	A	C	C	D	B
9	10	11	12	13	14	15	
B	D	A	D	A	B	D	

二、填空题

16. $[-4,-2)\cup(-2,+\infty)$

17. $2x-\frac{1}{3}$或$-2x+1$

18. 3

19. $0,-\frac{1}{2}$

三、解答题

20. 解：$\because A\cap B=\varnothing$，

(1)当 $A=\varnothing$时，有 $2a+1\leqslant a-1\Rightarrow a\leqslant-2$；

(2)当 $A\neq\varnothing$时，有 $2a+1>a-1\Rightarrow a>-2$，

又$\because A\cap B=\varnothing$，则有 $2a+1\leqslant 0$ 或 $a-1\geqslant 1\Rightarrow a\leqslant-\frac{1}{2}$或 $a\geqslant 2$，

$\therefore -2<a\leqslant-\frac{1}{2}$或 $a\geqslant 2$.

由以上可知：$a\leqslant-\frac{1}{2}$或 $a\geqslant 2$.

21. 解：(1)当 $a>1$ 时，$\because a^{-5x}>a^{x+7}$，

$\therefore -5x>x+7$，解得 $x<-\frac{7}{6}$.

(2)当 $0<a<1$ 时，$\because a^{-5x}>a^{x+7}$，

$\therefore -5x<x+7$，解得 $x>-\frac{7}{6}$.

22. 解：$f(x)=4(x-\frac{a}{2})^2+2-2a$.

(1)当$\frac{a}{2}<0$ 即 $a<0$ 时，$f(x)\min=f(0)=a^2-2a+2=3$，解得 $a=1-\sqrt{2}$.

(2)当 $0\leqslant\frac{a}{2}\leqslant 2$ 即 $0\leqslant a\leqslant 4$ 时，$f(x)\min=f(\frac{a}{2})=2-2a=3$，解得 $a=-\frac{1}{2}$(舍去).

(3)当$\frac{a}{2}>2$ 即 $a>4$ 时，$f(x)\min=f(2)=a^2-10a+18=3$，解得 $a=5+\sqrt{10}$.

综上可知：a 的值为 $1-\sqrt{2}$或 $5+\sqrt{10}$.

23. 解：(1)租金增加了 600 元，

所以未出租的车有 12 辆，一共出租了 88 辆.

(2)设每辆车的月租金为 x 元，($x\geqslant 3000$)，租赁公司的月收益为 y 元，

则 $y=x(100-\frac{x-3000}{50})-\frac{x-3000}{50}\times 50-(100-\frac{x-3000}{50})\times 150$

$=-\frac{x^2}{50}+162x-21000$

$=-\frac{1}{50}(x-4050)^2+307050$，

当 $x=4050$ 时，$y_{\max}=307050$.

24. 解：(1)$f(1)=f(1)+f(1)$，$\therefore f(1)=0$，$f(4)=f(2)+f(2)=1+1=2$，$f(8)=f(2)+f(4)=2+1=3$.

(2)$\because f(x)+f(x-2)\leqslant 3$，$\therefore f[x(x-2)]\leqslant f(8)$，

又$\because$对于函数 $f(x)$ 有 $x_2>x_1>0$ 时，$f(x_2)>f(x_1)$，

$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数.

$\therefore\begin{cases}x>0,\\x-2>0,\\x(x-2)\leqslant 8,\end{cases}\Rightarrow 2<x\leqslant 4.$

$\therefore x$ 的取值范围为$(2,4]$.

数学必修 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	A	C	D	C	A	A
9	10	11	12	13	14	15	
C	C	A	A	C	D	B	

二、填空题

16. $2x-y+16=0$

17. $x+y-5=0$，$3x-2y=0$

18. $30°$

19. $[-4,5]$

三、解答题

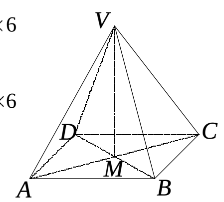
20. 解：由$\begin{cases}3x+4y=5,\\2x-3y=-8,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=-1,\\y=2.\end{cases}$

所以交点 $M(-1,2)$.

(1)由题意可知：$k=-2$，所以直线方程为 $2x+y=0$.

(2)由题意可知：$k=\frac{1}{2}$，直线方程为 $x-2y+5=0$.

21. 解：$\because$正四棱锥 $V-ABCD$ 中，$ABCD$ 是正方形，



$\therefore MC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times 6=3$(cm).

且 $S_{ABCD}=\frac{1}{2}\times AC\times BD=\frac{1}{2}\times 6\times 6=18$(cm²).

$\because VM$ 是棱锥的高，

$\therefore$Rt$\triangle VMC$ 中，

$VM=\sqrt{VC^2-MC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm).

$\therefore$正四棱锥 $V-ABCD$ 的体积为$\frac{1}{3}S_{ABCD}\times VM=\frac{1}{3}\times 18\times 4=24$(cm³).

22. 解：由$\begin{cases}y=0,\\x-2y+1=0,\end{cases}$ 得$\begin{cases}x=-1,\\y=0,\end{cases}$ 即 A 的坐标为$(-1,0)$.

$\therefore k_{AB}=\frac{2-0}{1+1}=1$，

又$\because x$ 轴为$\angle BAC$ 的平分线，

$\therefore k_{AC}=-k_{AB}=-1$，

又$\because$直线 $x-2y+1=0$ 为 BC 边上的高，

$\therefore k_{BC}=-2$.

设 C 的坐标为(a,b)，则$\frac{b}{a+1}=-1$，$\frac{b-2}{a-1}=-2$，

解得 $a=5$，$b=-6$，即 C 的坐标为$(5,-6)$.

23. 证明：(1)连结 BD.

在正方体 AC_1 中，对角线 $BD/\!/B_1D_1$.

又$\because E$、F 为棱 AD、AB 的中点，

$\therefore EF/\!/BD$.

$\therefore EF/\!/B_1D_1$.

又 $B_1D_1\subset$平面 CB_1D_1，$EF\not\subset$平面 CB_1D_1，

$\therefore EF/\!/$平面 CB_1D_1.

(2)$\because$在正方体 AC_1 中，$AA_1\perp$平面 $A_1B_1C_1D_1$，

而 $B_1D_1\subset$平面 $A_1B_1C_1D_1$，

$\therefore AA_1\perp B_1D_1$.

又$\because$在正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 中，$A_1C_1\perp B_1D_1$，

$\therefore B_1D_1\perp$平面 CAA_1C_1.

又$\because B_1D_1\subset$平面 CB_1D_1，

$\therefore$平面 $CAA_1C_1\perp$平面 CB_1D_1.

24. 解：(1)由题意得，OA 的方程为 $y=x$，

OB 的方程为 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$，

设 $A(a,a)$，$B(-\sqrt{3}b,b)$.

$\because AB$ 的中点为 $P(1,0)$，$\therefore\begin{cases}a-\sqrt{3}b=2,\\a+b=0,\end{cases}$

得 $a=\sqrt{3}-1$，$b=1-\sqrt{3}$.

$\therefore k_{AB}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}=-\sqrt{3}-1$，

即 AB 的方程为$(\sqrt{3}+1)x+y-\sqrt{3}-1=0$.

(2)AB 中点坐标为$(\frac{a-\sqrt{3}b}{2},\frac{a+b}{2})$在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上，

则$\frac{a+b}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a-\sqrt{3}b}{2}$，即 $a=-(2+\sqrt{3})b$，①

$\because k_{PA}=k_{PB}$，$\therefore\frac{a}{a-1}=\frac{b}{-\sqrt{3}b-1}$，②

由①、②得 $a=\sqrt{3}$，则 $k_{AB}=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$，

所以所求 AB 的方程为$(3+\sqrt{3})x-2y-3-\sqrt{3}=0$.

数学必修 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	D	B	D	A	B	A	C
9	10	11	12	13	14	15	
C	D	B	A	A	D	A	

二、填空题

16. 0.32

17. $\frac{14}{15}$

18. $\frac{3}{10}$

19. 23，23

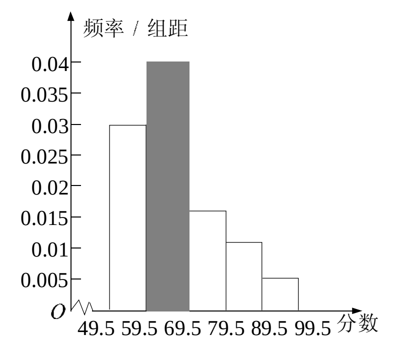
三、解答题

20. 解：(1)无放回抽取两张标签，可以认为分两次完成，考虑顺序有(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(2，3)，(2，4)，(2，5)，(3，4)，(3，5)，(4，5)及把两数交换位置的情况，共计 20 种；其中抽取相邻整数仅有(1，2)，(2，3)，(3，4)，(4，5)及把两数交换位置的情况，共计 8 种. 所以标签抽取无放回时，两张标签上的数字为相邻整数的概率为$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

(2)标签抽取有放回时，共有 25 种抽法，即无放回情况下的 20 种，再加上(1，1)，(2，2)，(3，3)，(4，4)，(5，5)这 5 种；其中两张标签上的数字为相邻整数的抽法仍然只有 8 种. 因此，标签抽取有放回时，两张标签上的数字为相邻整数的概率为$\frac{8}{25}$.

21. 解：(1)第二小组的频率为 $1-0.30-0.15-0.10-0.05=0.40$，频率分布直方图(如图阴影部分所示).

(2)$\frac{40}{0.40}=100$.



22. 解：(1)设红色球有 x 个，依题意得$\frac{x}{24}=\frac{1}{6}$，解得 $x=4$，

$\therefore$红色球有 4 个.

(2)记“甲取出的球的编号比乙的大”为事件 A，

所有的基本事件有(红 1，白 1)，(红 1，蓝 2)，(红 1，蓝 3)，(白 1，红 1)，(白 1，蓝 2)，(白 1，蓝 3)，(蓝 2，红 1)，(蓝 2，白 1)，(蓝 2，蓝 3)，(蓝 3，红 1)，(蓝 3，白 1)，(蓝 3，蓝 2)，共 12 种.

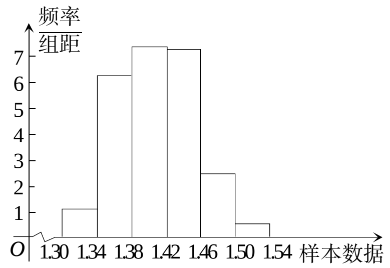
事件 A 包含的基本事件有(蓝 2，红 1)，(蓝 2，白 1)，(蓝 3，红 1)，(蓝 3，白 1)，(蓝 3，蓝 2)，共 5 种.

所以，$P(A)=\frac{5}{12}$.

23. 解：(1)频率分布表：

分组	频数	频率
[1.30，1.34)	4	0.04
[1.34，1.38)	25	0.25
[1.38，1.42)	30	0.30
[1.42，1.46)	29	0.29
[1.46，1.50)	10	0.10
[1.50，1.54)	2	0.02
合计	100	1.00

频率分布直方图如下图：



(2) 设纤度落在[1.38，1.50)中的概率为 P_1，纤度小于 1.40 的概率为 P_2，于是由频率分布直方图得 $P_1=0.3+0.29+0.1=0.69$，$P_2=0.04+0.25+0.15=0.44$.

24. 解：设事件 A 为“方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 有实根”.

当 $a>0$，$b>0$ 时，方程 $x^2+2ax+b^2=0$ 有实根的充要条件为 $a\geqslant b$.

(1)基本事件共 12 个：

(0，0)，(0，1)，(0，2)，(1，0)，(1，1)，(1，2)，(2，0)，(2，1)，(2，2)，(3，0)，(3，1)，(3，2). 其中第一个数表示 a 的取值，第二个数表示 b 的取值. 事件 A 中包含 9 个基本事件，事件 A 发生的概率为 $P(A)=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$.

(2)试验的全部结果所构成的区域为$\{(a,b)|0\leqslant a\leqslant 3,0\leqslant b\leqslant 2\}$.

构成事件 A 的区域为$\{(a,b)|0\leqslant a\leqslant 3,0\leqslant b\leqslant 2,a\geqslant b\}$.

所以所求的概率为$\dfrac{3\times 2-\frac{1}{2}\times 2^2}{3\times 2}=\frac{2}{3}$.

数学必修 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	D	B	C	A	B	D
9	10	11	12	13	14	15	
D	C	A	D	C	A	C	

二、填空题

16. $(-6,19)$

17. π

18. $m=\frac{23}{8}$

19. -1

三、解答题

20. 解：原式

$=\sqrt{\frac{(1+\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}}-\sqrt{\frac{(1-\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}}$

$=\sqrt{\frac{(1+\sin\alpha)^2}{1-\sin^2\alpha}}-\sqrt{\frac{(1-\sin\alpha)^2}{1-\sin^2\alpha}}$

$=\frac{1+\sin\alpha}{|\cos\alpha|}-\frac{1-\sin\alpha}{|\cos\alpha|}$，

$\because \alpha$是第三象限角，$\therefore \cos\alpha<0$，

$\therefore$原式$=\frac{1+\sin\alpha}{-\cos\alpha}-\frac{1-\sin\alpha}{-\cos\alpha}=-2\tan\alpha$.

21. 解：(1) $\because -1\leqslant\cos 3x\leqslant 1$，

$\therefore$当 $\cos 3x=-1$，即 $3x=\pi+2k\pi$，

$x=\frac{2k+1}{3}\pi(k\in\mathbf{Z})$时，有 $y_{\max}=-\frac{1}{2}\times(-1)+\frac{3}{2}=2$；

当 $\cos 3x=1$，即 $3x=2k\pi$，$x=\frac{2k}{3}\pi(k\in\mathbf{Z})$时，

$y_{\min}=-\frac{1}{2}\times 1+\frac{3}{2}=1$.

(2) $\because -1\leqslant\sin(2x+\frac{\pi}{6})\leqslant 1$，$\therefore$当 $\sin(2x+\frac{\pi}{6})=1$，

即 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$x=\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$时，

有 $y_{\max}=3+1=4$；当 $\sin(2x+\frac{\pi}{6})=-1$，

即 $x=\frac{2}{3}\pi+k\pi(k\in\mathbf{Z})$时，$y_{\min}=3\times(-1)+1=-2$.

22. 解：$\because (2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=61$，

$\therefore 4\boldsymbol{a}^2-4\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{b}^2=61$.

又$|\boldsymbol{a}|=4$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-6$.

$\therefore \cos\theta=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=-\frac{1}{2}$，$\therefore \theta=120°$.

23. 解：(1) $\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{b}=(2t-3,2+t)$，$|\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{b}|^2=(2t-3)^2+(2+t)^2=5t^2-8t+13=5(t-\frac{4}{5})^2+\frac{49}{5}$，

当 $t=\frac{4}{5}$时，$|\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{b}|$取得最小值$\frac{7\sqrt{5}}{5}$.

(2) $\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{b}=(-3-2t,2-t)$，因为 $\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 共线，

所以 $3+2t-6+3t=0$，即 $t=\frac{3}{5}$.

24. 解：(1) $f(\frac{\pi}{3})=2\cos\frac{2\pi}{3}+\sin^2\frac{\pi}{3}-4\cos\frac{\pi}{3}=-1+\frac{3}{4}-2=-\frac{9}{4}$.

(2) $f(x)=2(2\cos^2x-1)+(1-\cos^2x)-4\cos x$

$=3\cos^2x-4\cos x-1=3(\cos x-\frac{2}{3})^2-\frac{7}{3}$，$x\in\mathbf{R}$

因为 $\cos x\in[-1,1]$，所以当 $\cos x=-1$ 时，$f(x)$取最大值 6；当 $\cos x=\frac{2}{3}$时，$f(x)$取最小值$-\frac{7}{3}$.

数学必修 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	B	D	C	B	D	B
9	10	11	12	13	14	15	
C	A	B	D	C	C	C	

二、填空题

16. $\sqrt{3}$

17. $120°$

18. $8+4\sqrt{2}$

19. $S_n=12\left[1-(\frac{1}{2})^n\right]$

三、解答题

20. 解：$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}$，$\therefore bc=4$.

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

$\therefore 21=(b+c)^2-2bc-2bc\cos 120°=(b+c)^2-2\times 4-2\times 4\times(-\frac{1}{2})=(b+c)^2-4$，

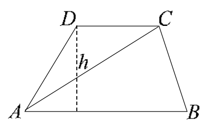
$\therefore b+c=5$，而 $c>b$，$\therefore b=1$，$c=4$.

21. 解：在$\triangle ACD$中，$AC^2=AD^2+CD^2-2AD\cdot CD\cdot\cos 120°$，

$\therefore AD^2+2AD-15=0$，

$\therefore AD=3$ 或 $AD=-5$(舍去)，

$\therefore h=AD\cdot\sin 60°=\frac{3}{2}\sqrt{3}$.



22. 解：设三数为$\frac{a}{q}$，a，aq.

由题意得$\begin{cases}a^3=512,\\ \frac{a}{q}-2+aq-2=2a\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=8,\\ q=2,\end{cases}$

或$\begin{cases}a=8,\\ q=\frac{1}{2}.\end{cases}$

所以这三个数为 4，8，16 或 16，8，4.

23. 解：(1)设$\{a_n\}$的公差为 d，

$\therefore\begin{cases}a_1+d=6,\\ a_1+4d=18,\end{cases}$ 解得 $a_1=2$，$d=4$.

$\therefore a_n=2+4(n-1)=4n-2$.

(2)证明：当 $n=1$ 时，$b_1=T_1$，由 $T_1+\frac{1}{2}b_1=1$，

得 $b_1=\frac{2}{3}$.

当 $n\geqslant 2$ 时，$\because T_n=1-\frac{1}{2}b_n$，$T_{n-1}=1-\frac{1}{2}b_{n-1}$，

$\therefore T_n-T_{n-1}=\frac{1}{2}(b_{n-1}-b_n)$，$\therefore b_n=\frac{1}{2}(b_{n-1}-b_n)$，

$\therefore b_n=\frac{1}{3}b_{n-1}$.

$\therefore \{b_n\}$是以$\frac{2}{3}$为首项，$\frac{1}{3}$为公比的等比数列.

24. 解：由 $x^2+2x-8>0$，得 $x<-4$ 或 $x>2$，

所以 $A=\{x|x<-4$ 或 $x>2\}$；

由 $6+x-x^2>0$，即 $x^2-x-6<0$，

得$-2<x<3$，所以 $B=\{x|-2<x<3\}$.

于是 $A\cap B=\{x|2<x<3\}$.

由 $x^2-4ax+3a^2<0$，得$(x-a)(x-3a)<0$，

当 $a>0$ 时，$C=\{x|a<x<3a\}$，由 $A\cap B\subseteq C$，

得$\begin{cases}a\leqslant 2,\\ 3a\geqslant 3,\end{cases}$ 所以 $1\leqslant a\leqslant 2$；

当 $a=0$ 时，不等式 $x^2-4ax+3a^2<0$，即 $x^2<0$，解集为空集，此时不满足 $A\cap B\subseteq C$；

当 $a<0$ 时，$C=\{x|3a<x<a\}$，由 $A\cap B\subseteq C$，

得$\begin{cases}3a\leqslant 2,\\ a\geqslant 3,\end{cases}$ 此不等式组无解.

综上，满足题设条件的实数 a 的取值范围为 $\{a|1\leqslant a\leqslant 2\}$.

数学综合 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	C	C	D	C	D
9	10	11	12	13	14	15	
B	A	A	B	A	D	B	

二、填空题

16. $>$

17. 81

18. 0.15

19. 3

三、解答题

20. 解：(1) $\because A$ 是锐角，$\therefore \cos A=\sqrt{1-\sin^2A}=\frac{1}{2}$，$\tan A=\frac{\sin A}{\cos A}=\sqrt{3}$.

(2)由余弦定理，得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=9+4-2\times 3\times 2\times\frac{1}{2}=7$. $\therefore a=\sqrt{7}$.

21. 解：(1) $\because \{a_n\}$是等比数列，设公比为 q，$\therefore a_4=a_1q^3$，

$\therefore 8=q^3$，$\therefore q=2$.

$\therefore a_n=2^{n-1}$.

(2) $\because q=2$，$\therefore S_6=\frac{1-2^6}{1-2}=63$.

22.解：(1)证明：$\because SA\perp$平面 $ABCD$，$AB\subset$平面 $ABCD$，$AB\perp SA$.

又四边形 $ABCD$ 为正方形，$AB\perp AD$，$SA\cap AD=A$，

$\therefore AB\perp$平面 SAD.

(2) $\because AB/\!/CD$，$\therefore \angle SCD$ 为异面直线 AB 与 SC 所成的角，

$\because AB\perp$平面 SAD，$CD/\!/AB$，$\therefore CD\perp$平面 SAD，

$\therefore CD\perp SD$，$\therefore \angle SDC=90°$.

在 Rt$\triangle SDC$ 中，$CD=AB=1$，$SD=\sqrt{3}$，

$\therefore \tan\angle SCD=\sqrt{3}$，$\therefore \angle SCD=60°$，

$\therefore$异面直线 AB 与 SC 所成的角为 $60°$.

23. 解：(1)当 $k=3$ 时，直线 l 的方程为 $y=3x+1$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，由$\begin{cases}y=3x+1,\\ x^2+y^2-2x-4y+1=0,\end{cases}$

得 $5x^2-4x-1=0$.

解得 $x_1=1$，$x_2=-\frac{1}{5}$.代入 $y=3x+1$，

得 $y_1=4$，$y_2=\frac{2}{5}$. $\therefore A(1,4)$，$B(-\frac{1}{5},\frac{2}{5})$，

$\therefore |AB|=\sqrt{(1+\frac{1}{5})^2+(4-\frac{2}{5})^2}=\frac{6\sqrt{10}}{5}$.

(2)由$\begin{cases}y=kx+1,\\ x^2+y^2-2x-4y+1=0,\end{cases}$

得$(1+k^2)x^2-2(k+1)x-2=0$.

$\because$判别式$\Delta=4(k+1)^2+8(1+k^2)>0$，

$\therefore$方程组有两个不同的解，

$\therefore$直线 l 恒与圆 C 相交.

24. 解：(1) $\because a\geqslant b>c$，$\therefore 3c<a+b+c<3a$.

又 $a+b+c=0$，$\therefore a>0$，$c<0$.

令 $ax^2+2bx+c=0$，

判别式$\Delta=4b^2-4ac=4(-a-c)^2-4ac$

$=4(a^2+c^2+ac)=4\left[(a+\frac{c}{2})^2+\frac{3}{4}c^2\right]$，

$\because a>0$，$c<0$，$\therefore \Delta>0$，

$\therefore$方程 $ax^2+2bx+c=0$ 有两个不等实根，

即函数 $f(x)$有两个零点.

(2)函数 $f(x)$图像的对称轴为 $x=-\frac{b}{a}=\frac{a+c}{a}=1+\frac{c}{a}$，

$\because a>0$，$c<0$，$\therefore 1+\frac{c}{a}<1$，

$\therefore f(x)$在区间$[1,+\infty)$上是增函数，

$\therefore f(x)$在$[1,3]$上的最小值为 $f(1)$，最大值为 $f(3)$.

综上，得$\begin{cases}a+b+c=0,\\ a+2b+c=1,\\ 9a+6b+c=13.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=1,\\ b=1,\\ c=-2.\end{cases}$

数学综合 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	D	A	C	C	D	D
9	10	11	12	13	14	15	
C	B	B	C	D	C	D	

二、填空题

16. $>$
17. 1
18. 20
19. 3

三、解答题

20. 解：(1) ΔABC 中，$\tan B=-\sqrt{3}$，$\therefore B=120^\circ$，

$\therefore \sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos B=-\dfrac{1}{2}$.

(2) 由余弦定理，得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$=9+4-2\times3\times2\times(-\dfrac{1}{2})=19$.

$\therefore b=\sqrt{19}$.

21. 解：(1) 证明：$\because a_{n+1}^2+4a_{n+1}a_n+4a_n^2=0$，

$\therefore (a_{n+1}+2a_n)^2=0$，

$\therefore a_{n+1}=-2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$，

$\therefore \{a_n\}$是等比数列.

(2) 由(1)知$\{a_n\}$是等比数列，$a_1=1$，公比 $q=-2$，

$\therefore S_8=\dfrac{a_1(1-q^8)}{1-q}=\dfrac{1-(-2)^8}{1-(-2)}=-\dfrac{255}{3}$.

22. 解：(1) $\because$ 正方体的棱长为 1，

$\therefore V_{B-ADD_1}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ADD_1}\cdot AB=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times1=\dfrac{1}{6}$.

(2) $\because P$、Q 分别为 AB、BD_1的中点，$\therefore AD_1/\!/PQ$，

又$\because AA_1/\!/CC_1$，

$\therefore \angle A_1AD_1$为异面直线 PQ 与 CC_1所成的角.

在ΔA_1AD_1中，$\because AA_1\perp A_1D_1$，$AA_1=A_1D_1$，

$\therefore \angle A_1AD_1=45^\circ$，

$\therefore$异面直线 PQ 与 CC_1所成的角为45°.

23. 解：(1) $\because l_1\perp l_2$，且 l_1的斜率 $k_1=2$，

$\therefore l_2$的斜率存在且不为 0，且 $k_2=-\dfrac{1}{a}$，

又 $l_1\perp l_2$，$\therefore k_1k_2=-1$.

即 $2\cdot(-\dfrac{1}{a})=-1$，$\therefore a=2$.

$\therefore l_1\perp l_2$时，$a=2$.

(2) 解法一：

$\because$圆心 $C(2,1)$，直线 l_1与圆 C 相切，

$\therefore$点 C 到直线 l_1的距离等于半径 r，

$r=\dfrac{|2\times2+1\times(-1)+2|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

$\therefore$直线 l_1与圆 C 相切时，$r=\sqrt{5}$.

解法二：

$y=2x+2$ 代入圆 C 的方程，整理得：

$5x^2+5-r^2=0$.

$\because$直线 l_1与圆 C 相切，$\therefore \Delta=0^2-4\times5(5-r^2)=0$，

解得：$r=\sqrt{5}$，

$\therefore$直线 l_1与圆 C 相切时，$r=\sqrt{5}$.

24. 解：(1) $\because f(x)$的一个零点为 1，

$\therefore f(1)=0$，即 $1-2a+2-a=0$，$\therefore a=1$.

(2) 由已知，函数 $f(x)$的图像开口向上，对称轴为 $x=a$.

①当 $a<0$ 时，$f(x)$在$[0,+\infty)$上是增函数，因此，

$f(x)$在$[0,+\infty)$上的最小值为 $f(0)=2-a$，

$\therefore 2-a\geqslant0$，$\therefore a\leqslant2$.

又 $a<0$，$\therefore a<0$.

②当 $a\geqslant0$ 时，$f(x)$在$[0,+\infty)$上的最小值为

$f(a)=-a^2-a+2$，$\therefore -a^2-a+2\geqslant0$，$\therefore -2\leqslant a\leqslant1$.

又 $a\geqslant0$，$\therefore 0\leqslant a\leqslant1$.

综上所述，a 的取值范围是 $a\leqslant1$.

数学综合 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	B	C	D	A	A	C
9	10	11	12	13	14	15	
C	D	B	A	C	C	B	

二、填空题

16. 60
17. $\dfrac{\sqrt{2}}{10}$
18. $(x-1)^2+(y+3)^2=25$
19. 100

三、解答题

20. 解：(1) $\because A+B+C=180^\circ$，

$\therefore \cos B=-\cos(A+C)=\dfrac{1}{2}$，

又$\because 0<B<180^\circ$，$\therefore B=60^\circ$.

(2) 在 ΔABC 中，由正弦定理得

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，$b=\dfrac{a\sin B}{\sin A}=\dfrac{10\sin60^\circ}{\sin45^\circ}=5\sqrt{6}$.

21. 解：(1) 连结 FD，则 F 为 BD 的中点，

$\because E$ 为 PB 的中点，$\therefore EF/\!/PD$，

又 $EF\not\subset$平面 PCD，$PD\subset$平面 PCD，$\therefore EF/\!/$平面 PCD.

(2) 取 AB 中点 G，连结 EG，则 $EG/\!/PA$，

$\therefore EG\perp$平面 $ABCD$，

$\therefore EG$ 是三棱锥 $E-ABF$ 的高，$EG=\dfrac{1}{2}PA=1$，

又 $S_{\Delta AFB}=\dfrac{1}{2}AF\cdot BF=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$，

$\therefore V_{E-ABF}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta AFB}\cdot EG=\dfrac{1}{3}\times1\times1=\dfrac{1}{3}$.

22. 解：(1) 由频率分布直方图得成绩在$[90,100]$内的频率为 $0.01\times10=0.1$，在这次测验中成绩优秀的人数为 $40\times0.1=4$(人).

(2) 设李明被抽中为事件 A，从成绩优秀的学生中任意抽取两名学生共有 6 个基本事件，事件 A 包含 3 个基本事件，$\therefore P(A)=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$.

即李明被抽中的概率为$\dfrac{1}{2}$.

23. 解：(1) 圆 $x^2+y^2=6$ 的圆心 $O(0,0)$，半径 $R=\sqrt{6}$，

解法一：取 AB 中点 C，连结 OC，则 $OC\perp AB$.

$\because \sin\angle AOC=\dfrac{|AC|}{|OA|}=\dfrac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore \angle AOC=60^\circ$，$\therefore \angle AOB=120^\circ$.

解法二：在ΔAOB 中，由余弦定理得

$\cos\angle AOB=\dfrac{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2-(3\sqrt{2})^2}{2\times\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \angle AOB=120^\circ$.

(2) 设 l：$y=kx+2$.即 $kx-y+2=0$，

解法一：

$\because OA\perp OB$，$\therefore \Delta AOB$ 为等腰直角三角形，

$\therefore$圆心 O 到 l 的距离为 $d=\sqrt{3}$，

即$\dfrac{2}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{3}$，解得 $k=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore$直线 l 的方程为 $x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0$ 或 $x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}=0$.

解法二：

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，将 $y=kx+2$ 代入 $x^2+y^2=6$，

得 $x^2+(kx+2)^2=6$，即$(1+k^2)x^2+4kx-2=0$，

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{-4k}{1+k^2}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{-2}{1+k^2}$.

由 $OA\perp OB$ 得 $x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2=0$，

$\therefore x_1\cdot x_2+(kx_1+2)(kx_2+2)=0$，

$\therefore (1+k^2)x_1\cdot x_2+2k(x_1+x_2)+4=0$，

$\therefore (1+k^2)(\dfrac{-2}{1+k^2})+2k\cdot(\dfrac{-4k}{1+k^2})+4=0$，

解得 $k=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore$直线 l 的方程为 $x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0$ 或 $x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}=0$.

24. 解：(1) $\because f(-x)=-f(x)$，

$\therefore \dfrac{ax^2-bx+1}{-x}=-\dfrac{ax^2+bx+1}{x}$，

$\therefore bx=0$ 在 $x\neq0$ 时恒成立，$\therefore b=0$.

(2) 由(1)知，$f(x)=\dfrac{ax^2+1}{x}$，由 $f(x)>a$

得 $ax^2+1>ax$，$x\in(1,2)$，

解法一：

令 $g(x)=ax^2-ax+1=a(x-\dfrac{1}{2})^2+1-\dfrac{1}{4}a$，

故只需 $g(x)>0$，$x\in(1,2)$

①当 $a=0$ 时，$g(x)=1>0$ 在$(1,2)$上成立；

②当 $a>0$ 时，$g(x)$在$(1,2)$上为增函数，

$\therefore g(x)>g(1)=1>0$ 在$(1,2)$上成立；

③当 $a<0$ 时，$g(x)$在$(1,2)$上为减函数，

$\therefore 2a+1<g(x)<1$，

由题意，只需 $2a+1\geqslant0$，　$\therefore -\dfrac{1}{2}\leqslant a<0$.

综上所述，a 的取值范围为 $a\geqslant-\dfrac{1}{2}$.

解法二：

$a(x^2-x)>-1$，

$\because x^2-x=(x-\dfrac{1}{2})^2-\dfrac{1}{4}\in(0,2)$，

$\therefore a>\dfrac{1}{-x^2+x}=\dfrac{1}{-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}}$，$x\in(1,2)$.

而$-(x-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{1}{4}\in(-2,0)$，

$\therefore \dfrac{1}{-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}}\in(-\infty,-\dfrac{1}{2})$.

$\therefore$只需 $a\geqslant-\dfrac{1}{2}$.

数学综合 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	C	A	B	D	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
C	A	B	C	C	D	D	

二、填空题

16. $\dfrac{3}{5}$
17. 90
18. -2
19. ③④

三、解答题

20. 解：(1) 解法一：因为$\dfrac{1}{2}\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos A$，所以 $\tan A=\sqrt{3}$，

又 $0<A<\pi$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$.

解法二：因为 $\sin A\cos\dfrac{\pi}{3}-\cos A\sin\dfrac{\pi}{3}=0$，

所以 $\sin(A-\dfrac{\pi}{3})=0$.

又$-\dfrac{\pi}{3}<A-\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{2}{3}\pi$，所以 $A-\dfrac{\pi}{3}=0$.即 $A=\dfrac{\pi}{3}$.

(2) 根据正弦定理，得$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，

所以 $b=\dfrac{a\cdot\sin B}{\sin A}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sin\frac{\pi}{4}}{\sin\frac{\pi}{3}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{2}$.

21. 解：(1) 证明：因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$为正方体，

所以 $A_1B_1\perp$平面 BCC_1B_1.

又 $BC_1\subset$平面 BCC_1B_1，所以 $A_1B_1\perp BC_1$.

又 $BC_1\perp B_1C$，且 $A_1B_1\cap B_1C=B_1$，

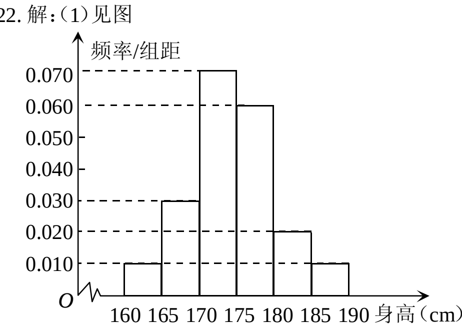
所以 $BC_1\perp$平面 A_1B_1CD.即 $BE\perp$平面 A_1B_1CD.

(2) 若 $AB=1$，则矩形 A_1B_1CD 的面积为$\sqrt{2}$.

又 $BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且 BE 为棱锥 $B-A_1B_1CD$ 的高，

所以 $V_{B-A_1B_1CD}=\dfrac{1}{3}\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{3}$.

22. 解：(1) 见图



(2) 记"此人身高在 165cm~170cm 之间"为事件 A.

依题意，身高在 160cm~170cm 之间有 8 人，从中随机

抽取 1 人,共有 8 个基本事件.

而身高在 165*cm*~170*cm* 之间有 6 人,则事件 A 有 6 个基本事件.

根据古典概率公式可得概率 $P(A)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$.

答:此人身高在 165*cm*~170*cm* 之间的概率为$\frac{3}{4}$.

23. 解:(1)若圆 C 关于直线对称,则圆心 $C(-2,1)$在直线 l:$ax+y-1=0$ 上,

即$-2a+1-1=0$,所以 $a=0$.

(2)解法一:

由直线 l 与圆 C 的方程,

得$\begin{cases}ax+y-1=0,\\(x+2)^2+(y-1)^2=3,\end{cases}$

消去 y,得$(1+a^2)x^2+4x+1=0$.

因为直线 l 与圆 C 有两个不同的交点,

则$\Delta=16-4(1+a^2)>0$.

解得$-\sqrt{3}<a<\sqrt{3}$.

解法二:因为直线 l 与圆 C 有两个不同的交点,则圆心 $C(-2,1)$到直线 l:$ax+y-1=0$ 的距离

$d=\frac{|-2a+1-1|}{\sqrt{a^2+1}}<\sqrt{3}$,解得$-\sqrt{3}<a<\sqrt{3}$.

24. 解:(1)证明:在区间$(0,+\infty)$内任意取两实数 x_1、x_2,且 $0<x_1<x_2$,

则 $f(x_1)-f(x_2)=(\frac{1}{x_1^2}+1)-(\frac{1}{x_2^2}+1)=\frac{1}{x_1^2}-\frac{1}{x_2^2}$

$=\frac{x_2^2-x_1^2}{x_1^2x_2^2}=\frac{(x_2+x_1)(x_2-x_1)}{x_1^2x_2^2}$.

由 $0<x_1<x_2$,得 $x_1+x_2>0$,$x_2-x_1>0$,$x_1^2x_2^2>0$,

于是 $f(x_1)-f(x_2)>0$,即 $f(x_1)>f(x_2)$.

所以,函数 $f(x)$在区间$(0,+\infty)$上是减函数.

(2)因为 $f(x)+\frac{1}{x}-\frac{1}{a}=\frac{1}{x^2}+1+\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\geqslant 0$,

所以$\frac{1}{a}\leqslant\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+1=(\frac{1}{x}+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$.(*)

由(*)式对于一切 $x\in(-\infty,0)$恒成立,

故有$\frac{1}{a}$小于等于$[(\frac{1}{x}+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}]$的最小值.

又当 $x=-2$ 时,$(\frac{1}{x}+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$有最小值$\frac{3}{4}$.

所以$\frac{1}{a}\leqslant\frac{3}{4}$.

解得 $a<0$ 或 $a\geqslant\frac{4}{3}$.

数学综合 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	B	C	D	B	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
A	B	D	B	D	B	B	

二、填空题

16. 0.03;3

17. $\frac{13\pi}{3}$

18. $2x-3=0$ 或 $6x+8y-17=0$

19. ①②

三、解答题

20. 解:(1)根据条件 $a+b=\sqrt{2}c$,$a+b+c=\sqrt{2}+1$,

则 $a+b=\sqrt{2}$,$c=1$.

(2)因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{6}\sin C$,

所以 $ab=\frac{1}{3}$,$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{2}$,

因此 $C=60^\circ$.

21. 解:(1)一共有 8 种不同的结果,列举如下:

(白、白、白),(白、白、黑),(白、黑、白),(黑、白、白),(白、黑、黑),(黑、白、黑),(黑、黑、白),(黑、黑、黑).

(2)记“3 次摸球所得总分大于 4 分”为事件 A,事件 A 包含的基本事件为:

(白、黑、黑),(黑、白、黑),(黑、黑、白),(黑、黑、黑),

事件 A 包含的基本事件数为 4,由(1)可知,基本事件总数为 8,

所以事件 A 的概率为 $P(A)=\frac{1}{2}$.

22. 解:设今后人口年平均增长率为 1%,经过 x 年后,我国人口数为 y 亿.

1999 年底,我国人口约 13 亿;

经过 1 年(2000 年),人口数为 $13+13\times1\%=13\times(1+1\%)$;

经过 2 年(2001 年),人口数为 $13\times(1+1\%)+13\times(1+1\%)\times1\%=13\times(1+1\%)^2$;

……

所以,经过 x 年,人口数为 $13\times(1+1\%)^x=13\times1.01^x$(亿);

当 $x=20$ 时,$y=13\times1.01^{20}\approx16$(亿).

所以,经过 20 年后,我国人口数最多为 16 亿.

23. 解:(1)$\because a_1=1$,$S_3=7$,$\therefore S_3=a_1+a_2+a_3=7$,

$\therefore a_1+a_1q+a_1q^2=7$,$\therefore 1+q+q^2=7$,$\because q>0$,

$\therefore q=2$,$\therefore a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-1}$.

(2)$\because a_n^2=4^{n-1}$,$\therefore T_n=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$

$=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{1}{3}(4^n-1)$.

24. 解:设点 M 的坐标是(x,y),点 A 的坐标是(x_0,y_0).

由于点 B 的坐标是$(4,3)$,且点 M 是线段 AB 的中点,

所以 $x=\frac{x_0+4}{2}$,$y=\frac{y_0+3}{2}$,于是有 $x_0=2x-4$,

$y_0=2y-3$,①

因为点 A 在圆$(x+1)^2+y^2=4$ 上运动,所以点 A 的坐标满足方程$(x+1)^2+y^2=4$,

即$(x_0+1)^2+y_0^2=4$,②　　把①代入②,

得$(2x-4+1)^2+(2y-3)^2=4$,

整理,得$(x-\frac{3}{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=1$.

所以,点 M 的轨迹是以$(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$为圆心,半径长是 1 的圆.