参考答案

吉林省 2020 ~ 2021 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	C	A	D	D	D	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	A	C	D	C	D	A	

二、填空题

16. $a\leqslant 1$

17. 7

18. $\{y|0\leqslant y<1\}$

19. 3

三、解答题

20. 解:(1)$\because f(x)=x^{\alpha}$的图象经过点 $A(\frac{1}{2},\sqrt{2})$,

$\therefore (\frac{1}{2})^{\alpha}=\sqrt{2}$,

即 $2^{-\alpha}=2^{\frac{1}{2}}$,解得$\alpha=-\frac{1}{2}$.

(2)证明:任取 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$,且 $x_1<x_2$,则

$f(x_2)-f(x_1)=x_2^{-\frac{1}{2}}-x_1^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{x_2}}-\frac{1}{\sqrt{x_1}}=\frac{\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1x_2}}=\frac{x_1-x_2}{\sqrt{x_1x_2}\cdot(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2})}$.

$\because x_2>x_1>0,\therefore x_1-x_2<0,\sqrt{x_1x_2}\cdot(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2})>0$,

于是 $f(x_2)-f(x_1)<0$.

即 $f(x_2)<f(x_1)$,所以 $f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$在区间$(0,+\infty)$内是减函数.

21. 解:(1)$f(x)$的单调增区间为$[-2,0)$,$(2,+\infty)$,单调减区间为$(-\infty,-2)$,$(0,2]$.

(2)$\because f(x)=16,\therefore(x+2)^2=16,\therefore x=2$(舍)或$-6$;

或$(x-2)^2=16,\therefore x=6$或$-2$(舍).

$\therefore x$ 的值为 6 或 -6.

22. 解:令 $t=\log_x y,\because x>1,y>1,\therefore t>0$,

由 $2\log_x y-2\log_y x+3=0$ 得 $2t-\frac{2}{t}+3=0$,

$\therefore 2t^2+3t-2=0$,

$\therefore(2t-1)(t+2)=0,\because t>0,\therefore t=\frac{1}{2}$,

即 $\log_x y=\frac{1}{2},\therefore y=x^{\frac{1}{2}}$,

$\therefore T=x^2-4y^2=x^2-4x=(x-2)^2-4$,

$\because x>1,\therefore$当 $x=2$ 时,$T_{\min}=-4$.

23. 解:(1)用待定系数法不难得到

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x+22, & (1\leqslant x<40,x\in\mathbf{N}),\\ -\frac{1}{2}x+52, & (40\leqslant x\leqslant 100,x\in\mathbf{N}).\end{cases}$$

(2)设日销售额为 S 千元,当 $1\leqslant x<40$ 时,

$S=(\frac{1}{4}x+22)(-\frac{1}{3}x+\frac{109}{3})$

$=-\frac{1}{12}(x-\frac{21}{2})^2+\frac{38809}{48}$,

当 $x=10$ 或 11 时,

$S_{\max}=\frac{9702}{12}=808.5$(千元),

当 $40\leqslant x\leqslant 100$ 时,

$S=(-\frac{1}{2}x+52)(-\frac{1}{3}x+\frac{109}{3})$

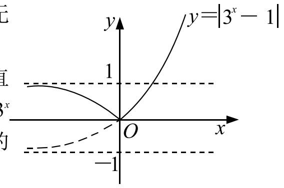
$=\frac{1}{6}(x^2-213x+11336)$,

$\therefore x=40$ 时,$S_{\max}=736$(千元).

综上分析,日销售额最高是在第 10 天或第 11 天,最高值为 808.5 千元.

24. 解:(1)常数 $m=1$.

(2)当 $k<0$ 时,直线 $y=k$ 与函数 $y=|3^x-1|$ 的图象无交点,即方程无解;



当 $k=0$ 或 $k\geqslant 1$ 时,直线 $y=k$ 与函数 $y=|3^x-1|$ 的图象有唯一的交点,所以方程有一解;

当 $0<k<1$ 时,直线 $y=k$ 与函数 $y=|3^x-1|$ 的图象有两个不同交点,所以方程有两解.

吉林省 2020 ~ 2021 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	B	A	D	B	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	D	C	B	A	B	A	

二、填空题

16. $x+2y-2=0$

17. $(1,2)$

18. $-3,2$

19. ②③

三、解答题

20. 解:设直线 l 的方程为 $y+4=k(x+5)$,

分别令 $y=0,x=0$,

得l在x轴,y轴上的截距为:$a=\frac{-5k+4}{k}$,$b=5k-4$,

由条件(2)得$ab=\pm10$,$\therefore\frac{-5k+4}{k}\cdot(5k-4)=\pm10$,

得 $25k^2-30k+16=0$,无实数解;

或 $25k^2-50k+16=0$,解得 $k_1=\frac{8}{5},k_2=\frac{2}{5}$.

故所求的直线方程为:$8x-5y+20=0$,

或 $2x-5y-10=0$.

21. 解:坐标原点到这两条直线的距离相等且 $l_1/\!/l_2$,

$\therefore l_1,l_2$ 在 y 轴上的截距互为相反数,即$\frac{4}{b}=-2$,

$\therefore b=-2$.

即有 l_1:$ax+2y+4=0$ 与 l_2:$(a-1)x+y-2=0$.

$\because l_1/\!/l_2$,且 l_1,l_2 斜率存在,$\therefore-\frac{a}{2}=-(a-1)$,解之得 $a=2$. 综上:$a=2,b=-2$.

22. 解:据题意设圆心 $C(a,0)$,

圆 C 方程为$(x-a)^2+y^2=r^2$,

则有$\begin{cases}(1-a)^2=r^2,\\ \frac{|a-1|}{2}=\sqrt{r^2-3}.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}r=2,\\ a=-1\text{ 或 }3.\end{cases}$

$\therefore$所求圆 C 的标准方程为:$(x+1)^2+y^2=4$,

或$(x-3)^2+y^2=4$.

23. 解:(1)由 AC 边上的高 BH 所在直线方程为 $x-2y-5=0$ 可知 $k_{AC}=-2$,又 $A(5,1)$,AC 边所在直线方程为 $y-1=-2(x-5)$,

即 AC 边所在直线方程为 $2x+y-11=0$.

(2)由 AC 边所在直线方程为 $2x+y-11=0$,

AB 边上的中线 CM 所在直线方程为 $2x-y-5=0$,

由$\begin{cases}2x+y-11=0,\\ 2x-y-5=0,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=4,\\ y=3.\end{cases}$

所以顶点 C 的坐标为$(4,3)$.

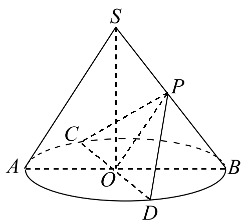
24. 解:(1)连结 PO,

$\because P$、O 分别为 SB、AB 的中点,$\therefore PO/\!/SA$,

$PO\subset$平面 PCD,

$SA\not\subset$平面 PCD,

$\therefore SA/\!/$平面 PCD.



(2)$r=2$,

母线 $l=SB=2\sqrt{2}$,

$\therefore S_{底}=\pi r^2=4\pi$,

$S_{侧}=\pi rl=4\sqrt{2}\pi$,

$\therefore S_{表}=S_{底}+S_{侧}=4(\sqrt{2}+1)\pi$.

(3)$\because PO/\!/SA,\therefore\angle DPO$ 为异面直线 SA 与 PD 所成角,

$\because CD\perp AB,CD\perp SO,AB\cap SO=O$,

$\therefore CD\perp$平面 SOB,

$\therefore OD\perp PO$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle DOP$ 中,$OD=2,OP=\frac{1}{2}SB=\sqrt{2}$,

$\therefore\tan\angle DPO=\frac{OD}{OP}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,

$\therefore$异面直线 SA 与 PD 所成角的正切值为$\sqrt{2}$.

吉林省 2020 ~ 2021 学年度高中必修课程复习与检测

数学必修 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	B	B	D	A	C	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	B	C	A	C	B	D	

二、填空题

16. 45

17. $\frac{17}{25}$

18. 4

19. $\frac{2}{3}$

三、解答题

20. 解:(1)$\because\frac{x}{2000}=0.19,\therefore x=380$.

(2)初三年级人数为 $y+z=2000-(373+377+380+370)=500$,现用分层抽样的方法在全校抽取 48 名学生,应在初三年级抽取的人数为:$\frac{48}{2000}\times500=12$ 名.

(3)设初三年级女生比男生多的事件为 A,初三年级女生男生数记为(y,z);

由(2)知 $y+z=500$,且 $y,z\in\mathbf{N}$,基本事件空间包含的基本事件有:

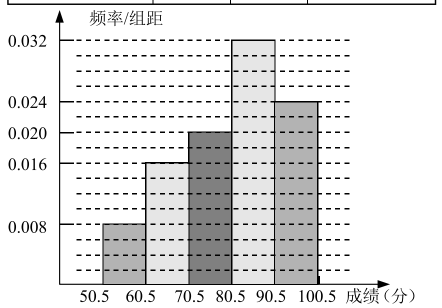
(245,255)、(246,254)、(247,253)、……、(255,245)共 11 个,

事件 A 包含的基本事件有:(251,249)、(252,248)、(253,247)、(254,246)、(255,245)共 5 个.

$\therefore P(A)=\frac{5}{11}$.

21. 解:(1)如表.

分组	频数	频率	频率/组距
50.5 ~ 60.5	4	0.08	0.008
60.5 ~ 70. 5	8	0.16	0.016
70.5 ~ 80.5	10	0.20	0.020
80.5 ~ 90.5	16	0.32	0.032
90.5 ~ 100. 5	12	0.24	0.024
合计	50	1.00	



(2)频率分布直方图如上所示.

(3)成绩在 75.5 ~ 80.5 分的学生占 70.5 ~ 80. 5 分的学生的$\frac{5}{10}$,因为成绩在 70.5 ~ 80.5 分的学生频率为 0.2,所以成绩在 75.5 ~ 80. 5 分的学生频率为 0.1;成绩在 80.5 ~ 85.5 分的学生占 80.5 ~ 90.5 分的学生的$\frac{8}{16}$,因为成绩在 80. 5 ~ 90.5 分的学生频率为 0.32,所以成绩在 80.5 ~ 85.5 分的学生频率为 0.16;所以成绩在 75.5 ~ 85.5 分的学生频率为 0.26,由于有 900 名学生参加了这次竞赛,所以该校获得二等奖的学生约为 $0.26\times900=234$(人).

22. 解:(1)记事件 $A=\{$投掷一次中 10 环$\}$,

事件 A 发生,飞镖落在半径为 10 的圆内,

因此由几何概型的求概率公式得

$P(A)=\frac{S_{10}}{S}\times(1-0.4)=\frac{10^2\pi}{40^2\pi}\times0.6=\frac{1}{16}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{80}$,

所以这位同学投掷一次中10环的概率为$\frac{3}{80}$.

(2) 记事件$B=\{$投掷一次不到9环$\}$,

事件B发生,飞镖落在7、8环或靶外,因此由几何概型的求概率公式得

$$P(B)=0.4+\frac{S-S_{10+9}}{S}\times(1-0.4)$$
$$=0.4+\frac{40^2\pi-20^2\pi}{40^2\pi}\times0.6$$
$$=\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{17}{20},$$

所以这位同学投掷一次不到9环的概率为$\frac{17}{20}$.

23. 解:(1)因为间隔时间相同,故是系统抽样.

(2)茎叶图如下:

甲		乙
8 7 2	7	8
6	8	2 8
2	9	2 5

(3)因为$\bar{x}_{甲}=\frac{1}{5}(86+72+92+78+77)=81$,

$\bar{x}_{乙}=\frac{1}{5}(82+92+78+95+88)=87$,所以

$S^2_{甲}=\frac{1}{5}(5^2+9^2+11^2+3^2+4^2)=50.4$,

$S^2_{乙}=\frac{1}{5}(5^2+5^2+9^2+8^2+1^2)=39.2$.

而$S^2_{甲}>S^2_{乙}$,所以乙车间产品较稳定.

24. 解:(1)直线l_1的斜率$k_1=\frac{1}{2}$,直线l_2的斜率$k_2=\frac{a}{b}$.

设事件A为"直线$l_1\cap l_2=\varnothing$".

$a,b\in\{1,2,3,4,5,6\}$的总事件数为(1,1),(1,2),…,(1,6),(2,1),(2,2),…,(2,6),…,(5,6),(6,6)共36种. 若$l_1\cap l_2=\varnothing$,则$l_1/\!/l_2$,即$k_1=k_2$,即$b=2a$.

满足条件的实数对(a,b)有(1,2)、(2,4)、(3,6)共三种情形.

所以$P(A)=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$. 答:直线$l_1\cap l_2=\varnothing$的概率为$\frac{1}{12}$.

(2)设事件B为"直线l_1与l_2的交点位于第一象限",由于直线l_1与l_2有交点,则$b\neq2a$.

联立方程组$\begin{cases}ax-by+1=0,\\x-2y-1=0.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=\frac{b+2}{b-2a},\\y=\frac{a+1}{b-2a}.\end{cases}$

因为直线l_1与l_2的交点位于第一象限,则$\begin{cases}x>0,\\y>0.\end{cases}$

即$\begin{cases}x=\frac{b+2}{b-2a}>0,\\y=\frac{a+1}{b-2a}>0.\end{cases}$ 解得$b>2a$.

$a,b\in\{1,2,3,4,5,6,\}$的总事件数为(1,1),(1,2),…,(1,6),(2,1),(2,2),…,(2,6),…,(5,6),(6,6)共36种.

满足条件的实数对(a,b)有(1,3)、(1,4)、(1,5)、(1,6)、(2,5)、(2,6)共六种.

所以$P(B)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

答:直线l_1与l_2的交点位于第一象限的概率为$\frac{1}{6}$.

吉林省2020～2021学年度高中必修课程复习与检测

数学必修4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	C	A	C	C	A
9	10	11	12	13	14	15	
A	C	D	A	D	B	D	

二、填空题

16. $\frac{4}{3}$

17. 3

18. 直角三角形

19. ②

三、解答题

20. 解:∵ $\boldsymbol{a}=(1,1)$,$\boldsymbol{b}=(2,x)$,

∴ $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,1+x)$,$4\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}=(6,4x-2)$,

由于$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与$4\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}$ 平行,

得$6(x+1)-3(4x-2)=0$,

解得$x=2$.

21. 解:(1)∵$\tan\frac{\alpha}{2}=2$,$\tan\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}=\frac{2\times2}{1-2^2}=-\frac{4}{3}$,

$\therefore\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{1+\tan\alpha}{1-\tan\alpha}=\frac{1-\frac{4}{3}}{1+\frac{4}{3}}=-\frac{1}{7}$.

(2)$\frac{6\sin\alpha+\cos\alpha}{3\sin\alpha-2\cos\alpha}=\frac{\frac{6\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{3\sin\alpha-2\cos\alpha}{\cos\alpha}}=\frac{6\tan\alpha+1}{3\tan\alpha-2}$

$=\frac{6\times(-\frac{4}{3})+1}{3\times(-\frac{4}{3})-2}=\frac{7}{6}$.

22. 解:(1)$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x=2\sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$,

由题设知$f(x)$的周期为$T=\pi$,$\therefore\omega=\frac{2\pi}{\pi}=2$,

$\therefore f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$,

由$2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant2x+\frac{\pi}{6}\leqslant2k\pi+\frac{\pi}{2}$得,

$k\pi-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{6}$,$k\in\mathbf{Z}$

$\therefore f(x)$的单调递增区间为$[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}]$,$(k\in\mathbf{Z})$.

(2)$\because-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$,

$\therefore-\frac{\pi}{6}\leqslant2x+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{7\pi}{6}$,

$\therefore-\frac{1}{2}\leqslant\sin(2x+\frac{\pi}{6})\leqslant1$,

$\therefore-1\leqslant2\sin(2x+\frac{\pi}{6})\leqslant2$,

$\therefore f(x)$在区间$[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}]$上的最大值为2,最小值为$-1$.

23. 解:由$f(x)=\cos(2x+\frac{\pi}{3})+\sin^2x=\cos2x\cos\frac{\pi}{3}-\sin2x\sin\frac{\pi}{3}+\frac{1-\cos2x}{2}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin2x$,

则$f(\frac{C}{2})=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin C=-\frac{1}{4}$,所以$\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

因为C为锐角,所以$C=\frac{\pi}{3}$,

又因为在$\triangle ABC$中,$\cos B=\frac{1}{3}$,所以$\sin B=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,

所以$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{2}{3}\sqrt{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$.

24. 解:(1)由$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{c})$得

$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=0$,

即$4\sin(\alpha+\beta)-8\cos(\alpha+\beta)=0$,$\tan(\alpha+\beta)=2$.

(2)$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=(\sin\beta+\cos\beta,4\cos\beta-4\sin\beta)$,

$|\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|^2=\sin^2\beta+2\sin\beta\cos\beta+\cos^2\beta+16\cos^2\beta-32\cos\beta\sin\beta+16\sin^2\beta$

$=17-30\sin\beta\cos\beta=17-15\sin2\beta$,

最大值为32,所以$|\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|$的最大值为$4\sqrt{2}$.

吉林省2020～2021学年度高中必修课程复习与检测

数学必修5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	D	A	C	B	A	D
9	10	11	12	13	14	15	
D	D	B	B	C	A	A	

二、填空题

16. 120°

17. $3\sqrt{3}k$ m

18. 10

19. $\begin{cases}2,(n=1)\\-4n+5,(n\geqslant2)\end{cases}$

三、解答题

20. 解:(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d.

因为$a_3=-6$,$a_6=0$,所以$\begin{cases}a_1+2d=-6\\a_1+5d=0\end{cases}$,

解得$a_1=-10$,$d=2$,

所以$a_n=-10+(n-1)\cdot2=2n-12$.

(2)设等比数列$\{b_n\}$的公比为q,

因为$b_2=a_1+a_2+a_3=-24$,$b_1=-8$,

所以$-8q=-24$,即$q=3$,

所以$\{b_n\}$的前n项和公式为

$S_n=\frac{b_1(1-q^n)}{1-q}=4(1-3^n)$.

21. 解:过A作垂线AD交CB于D,则在Rt$\triangle ADB$中,

$\angle ABD=\alpha$,$AB=\frac{h}{\sin\alpha}$.

又在$\triangle ABC$中,$\angle C=\beta$,$\angle BAC=\alpha-\beta$,

由正弦定理,得$\frac{BC}{\sin(\alpha-\beta)}=\frac{AB}{\sin\beta}$,即

$BC=\frac{AB\cdot\sin(\alpha-\beta)}{\sin\beta}=\frac{h\cdot\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$

$=\frac{100\cdot\sin(60°-30°)}{\sin60°\cdot\sin30°}=\frac{200\sqrt{3}}{3}$(米).

22. 解:(1)设行车所用时间为$t=\frac{130}{x}$小时,

则$y=\frac{130}{x}\cdot6\cdot(2+\frac{x^2}{360})+\frac{18\times130}{x}$

$=130\cdot(\frac{30}{x}+\frac{6\cdot x^2}{360x})=130\cdot(\frac{30}{x}+\frac{x}{60})$,

$x\in[40,100]$.

(2)由(1)可知

$y=130\cdot(\frac{30}{x}+\frac{x}{60})\geqslant130\times2\sqrt{\frac{30}{x}\times\frac{x}{60}}$,

即$y_{\min}=130\sqrt{2}$,

当且仅当$x=30\sqrt{2}(km/h)$时,函数取最小值.

23. 解:(1)$a_n=a_{n-1}+n$,

$a_{n-1}=a_{n-2}+n-1$,$a_{n-2}=a_{n-3}+n-2$,

……,

$a_2=a_1+2$,易得$a_n=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

(2)$\because\frac{1}{a_n}=\frac{1}{1+2+3+\cdots+n}=\frac{2}{n(n+1)}$

$=2(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$,

$\therefore S_n=2(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})=\frac{2n}{n+1}$.

24. 解:(1)由题意知$2a_n=S_n+1$,

当$n=1$时,$2a_1=a_1+1$,$\therefore a_1=1$,

当$n\geqslant2$时,$S_n=2a_n-1$,$S_{n-1}=2a_{n-1}-1$,

两式相减得$a_n=2a_n-2a_{n-1}$,整理得$\frac{a_n}{a_{n-1}}=2$,

∴数列$\{a_n\}$是以1为首项,2为公比的等比数列,

$\therefore a_n=a_1\cdot2^{n-1}=1\cdot2^{n-1}=2^{n-1}$.

(2)$T_n=\frac{1}{a_1}+\frac{2}{a_2}+\cdots+\frac{n}{a_n}$,

$T_n=1+\frac{2}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{4}{2^3}+\cdots+\frac{n-1}{2^{n-2}}+\frac{n}{2^{n-1}}$,

$\frac{1}{2}T_n=\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{n-2}{2^{n-2}}+\frac{n-1}{2^{n-1}}+\frac{n}{2^n}$,

两式相减

$\frac{1}{2}T_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{n}{2^n}$,

$=\frac{1(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}}-\frac{n}{2^n}=2-\frac{2+n}{2^n}$,

$\therefore T_n=4-\frac{2+n}{2^{n-1}}<4$,

$\because$对于一切$n\in\mathbf{N}^*$,有$T_n<\frac{m-4}{3}$成立,

即只须$\frac{m-4}{3}\geqslant4$,即$m\geqslant16$. $\therefore m$的最小值为16.

吉林省2020～2021学年度高中必修课程复习与检测

数学综合1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	A	C	C	D	C	D
9	10	11	12	13	14	15	
B	A	A	B	A	D	B	

二、填空题

16. >

17. 81

18. 0.15

19. 3

三、解答题

20. 解:(1)∵A是锐角,$\therefore\cos A=\sqrt{1-\sin^2A}=\frac{1}{2}$,$\tan A=$

$\frac{\sin A}{\cos A}=\sqrt{3}$.

(2)由余弦定理,得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=9+4-2\times3\times2\times\frac{1}{2}=7$. $\therefore a=\sqrt{7}$.

21. 解:(1)$\because\{a_n\}$是等比数列,设公比为 q,$\therefore a_4=a_1q^3$,

$\therefore 8=q^3$,$\therefore q=2$.

$\therefore a_n=2^{n-1}$.

(2)$\because q=2$,$\therefore S_6=\frac{1-2^6}{1-2}=63$.

22.解:(1)证明:$\because SA\perp$平面 $ABCD$,$AB\subset$平面 $ABCD$,$AB\perp SA$.

又四边形 $ABCD$ 为正方形,$AB\perp AD$,$SA\cap AD=A$,

$\therefore AB\perp$平面 SAD.

(2)$\because AB /\!/ CD$,$\therefore\angle SCD$ 为异面直线 AB 与 SC 所成的角,

$\because AB\perp$平面 SAD,$CD /\!/ AB$,$\therefore CD\perp$平面 SAD,

$\therefore CD\perp SD$,$\therefore\angle SDC=90°$.

在 $\mathrm{Rt}\Delta SDC$ 中,$CD=AB=1$,$SD=\sqrt{3}$,

$\therefore\tan\angle SCD=\sqrt{3}$,$\therefore\angle SCD=60°$,

$\therefore$异面直线 AB 与 SC 所成的角为 $60°$.

23. 解:(1)当 $k=3$ 时,直线 l 的方程为 $y=3x+1$.

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,由$\begin{cases}y=3x+1,\\x^2+y^2-2x-4y+1=0,\end{cases}$

得 $5x^2-4x-1=0$.

解得 $x_1=1$,$x_2=-\frac{1}{5}$.代入 $y=3x+1$,

得 $y_1=4$,$y_2=\frac{2}{5}$. $\therefore A(1,4)$,$B(-\frac{1}{5},\frac{2}{5})$,

$\therefore|AB|=\sqrt{(1+\frac{1}{5})^2+(4-\frac{2}{5})^2}=\frac{6\sqrt{10}}{5}$.

(2)由$\begin{cases}y=kx+1,\\x^2+y^2-2x-4y+1=0,\end{cases}$

得$(1+k^2)x^2-2(k+1)x-2=0$.

$\because$判别式$\Delta=4(k+1)^2+8(1+k^2)>0$,

$\therefore$方程组有两个不同的解,

$\therefore$直线 l 恒与圆 C 相交.

24. 解:(1)$\because a\geqslant b>c$,$\therefore 3c<a+b+c<3a$.

又 $a+b+c=0$,$\therefore a>0$,$c<0$.

令 $ax^2+2bx+c=0$,

判别式$\Delta=4b^2-4ac=4(-a-c)^2-4ac$

$=4(a^2+c^2+ac)=4\left[(a+\frac{c}{2})^2+\frac{3}{4}c^2\right]$,

$\because a>0$,$c<0$,$\therefore\Delta>0$,

$\therefore$方程 $ax^2+2bx+c=0$ 有两个不等实根,

即函数 $f(x)$有两个零点.

(2)函数 $f(x)$图象的对称轴为 $x=-\frac{b}{a}=\frac{a+c}{a}$

$=1+\frac{c}{a}$,

$\because a>0$,$c<0$,$\therefore 1+\frac{c}{a}<1$,

$\therefore f(x)$在区间$[1,+\infty)$上是增函数,

$\therefore f(x)$在$[1,3]$上的最小值为 $f(1)$,最大值为 $f(3)$.

综上,得$\begin{cases}a+b+c=0,\\a+2b+c=1,\\9a+6b+c=13.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=1,\\b=1,\\c=-2.\end{cases}$

吉林省 2020 ~ 2021 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	D	A	C	C	D	D
9	10	11	12	13	14	15	
C	B	B	C	D	C	D	

二、填空题

16. $>$

17. 1

18. 20

19. 3

三、解答题

20. 解:(1)$\triangle ABC$ 中,$\tan B=-\sqrt{3}$,$\therefore B=120^{\circ}$,

$\therefore\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\cos B=-\frac{1}{2}$.

(2)由余弦定理,得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$=9+4-2\times3\times2\times(-\frac{1}{2})=19$.

$\therefore b=\sqrt{19}$.

21. 解:(1)证明:$\because a_{n+1}{}^2+4a_{n+1}a_n+4a_n{}^2=0$,

$\therefore(a_{n+1}+2a_n)^2=0$,

$\therefore a_{n+1}=-2a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,

$\therefore\{a_n\}$是等比数列.

(2)由(1)知$\{a_n\}$是等比数列,$a_1=1$,公比 $q=-2$,

$\therefore S_8=\frac{a_1(1-q^8)}{1-q}=\frac{1-(-2)^8}{1-(-2)}=-\frac{255}{3}$.

22. 解:(1)$\because$正方体的棱长为 1,

$\therefore V_{B-ADD_1}=\frac{1}{3}S_{\Delta ADD_1}\cdot AB=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{6}$.

(2)$\because P$、Q 分别为 AB、BD_1的中点,$\therefore AD_1 /\!/ PQ$,

又$\because AA_1 /\!/ CC_1$,

$\therefore\angle A_1AD_1$为异面直线 PQ 与 CC_1所成的角.

在ΔA_1AD_1中,$\because AA_1\perp A_1D_1$,$AA_1=A_1D_1$,

$\therefore\angle A_1AD_1=45^{\circ}$,

$\therefore$异面直线 PQ 与 CC_1所成的角为45°.

23. 解:(1)$\because l_1\perp l_2$,且 l_1的斜率 $k_1=2$,

$\therefore l_2$的斜率存在且不为 0,且 $k_2=-\frac{1}{a}$,

又 $l_1\perp l_2$,$\therefore k_1k_2=-1$.

即 $2\cdot(-\frac{1}{a})=-1$,$\therefore a=2$.

$\therefore l_1\perp l_2$时,$a=2$.

(2)解法一:

$\because$圆心 $C(2,1)$,直线 l_1与圆 C 相切,

$\therefore$点 C 到直线 l_1的距离等于半径 r,

$r=\frac{|2\times2+1\times(-1)+2|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$,

$\therefore$直线 l_1与圆 C 相切时,$r=\sqrt{5}$.

解法二:

$y=2x+2$ 代入圆 C 的方程,整理得:

$5x^2+5-r^2=0$.

$\because$直线 l_1与圆 C 相切,$\therefore\Delta=0^2-4\times5(5-r^2)=0$,

解得:$r=\sqrt{5}$,

$\therefore$直线 l_1与圆 C 相切时,$r=\sqrt{5}$.

24. 解:(1)$\because f(x)$的一个零点为 1,

$\therefore f(1)=0$,即 $1-2a+2-a=0$,$\therefore a=1$.

(2)由已知,函数 $f(x)$的图象开口向上,对称轴为 $x=a$.

①当 $a<0$ 时,$f(x)$在$[0,+\infty)$上是增函数,因此,

$f(x)$在$[0,+\infty)$上的最小值为 $f(0)=2-a$,

$\therefore 2-a\geqslant0$,$\therefore a\leqslant2$.

又 $a<0$,$\therefore a<0$.

②当 $a\geqslant0$ 时,$f(x)$在$[0,+\infty)$上的最小值为

$f(a)=-a^2-a+2$,$\therefore-a^2-a+2\geqslant0$,$\therefore-2\leqslant a\leqslant1$.

又 $a\geqslant0$,$\therefore 0\leqslant a\leqslant1$.

综上所述,a 的取值范围是 $a\leqslant1$.

吉林省 2020 ~ 2021 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	B	C	D	A	A	C
9	10	11	12	13	14	15	
C	D	B	A	C	C	B	

二、填空题

16. 60

17. $\frac{\sqrt{2}}{10}$

18. $(x-1)^2+(y+3)^2=25$

19. 100

三、解答题

20. 解:(1)$\because A+B+C=180^{\circ}$,

$\therefore\cos B=-\cos(A+C)=\frac{1}{2}$,

又$\because 0<B<180^{\circ}$,$\therefore B=60^{\circ}$.

(2)在 $\triangle ABC$ 中,由正弦定理得

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$,$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=\frac{10\sin60^{\circ}}{\sin45^{\circ}}=5\sqrt{6}$.

21. 解:(1)连结 FD,则 F 为 BD 的中点,

$\because E$ 为 PB 的中点,$\therefore EF /\!/ PD$,

又 $EF\not\subset$平面 PCD,$PD\subset$平面 PCD,$\therefore EF /\!/$平面 PCD.

(2)取 AB 中点 G,连结 EG,则 $EG /\!/ PA$,

$\therefore EG\perp$平面 $ABCD$,

$\therefore EG$ 是三棱锥 $E-ABF$ 的高,$EG=\frac{1}{2}PA=1$,

又 $S_{\triangle AFB}=\frac{1}{2}AF\cdot BF=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$,

$\therefore V_{E-ABF}=\frac{1}{3}S_{\triangle AFB}\cdot EG=\frac{1}{3}\times1\times1=\frac{1}{3}$.

22.解:(1)由频率分布直方图得成绩在$[90,100]$内的频率为 $0.01\times10=0.1$,在这次测验中成绩优秀的人数为 $40\times0.1=4$(人).

(2)设李明被抽中为事件 A,从成绩优秀的学生中任意抽取两名学生共有 6 个基本事件,事件 A 包含 3 个基本事件,$\therefore P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

即李明被抽中的概率为$\frac{1}{2}$.

23. 解:(1)圆 $x^2+y^2=6$ 的圆心 $O(0,0)$,半径 $R=\sqrt{6}$,

解法一:取 AB 中点 C,连结 OC,则 $OC\perp AB$.

$\because\sin\angle AOC=\frac{|AC|}{|OA|}=\frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore\angle AOC=60^{\circ}$,$\therefore\angle AOB=120^{\circ}$.

解法二:在$\triangle AOB$ 中,由余弦定理得

$\cos\angle AOB=\frac{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2-(3\sqrt{2})^2}{2\times\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=-\frac{1}{2}$,

$\therefore\angle AOB=120^{\circ}$.

(2)设 l:$y=kx+2$.即 $kx-y+2=0$,

解法一:

$\because OA\perp OB$,$\therefore\triangle AOB$ 为等腰直角三角形,

$\therefore$圆心 O 到 l 的距离为 $d=\sqrt{3}$,

即$\frac{2}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{3}$,解得 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$直线 l 的方程为 $x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0$ 或 $x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}=0$.

解法二:

设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,将 $y=kx+2$ 代入 $x^2+y^2=6$,

得 $x^2+(kx+2)^2=6$,即$(1+k^2)x^2+4kx-2=0$,

$\therefore x_1+x_2=\frac{-4k}{1+k^2}$,$x_1\cdot x_2=\frac{-2}{1+k^2}$.

由 $OA\perp OB$ 得 $x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2=0$,

$\therefore x_1\cdot x_2+(kx_1+2)(kx_2+2)=0$,

$\therefore(1+k^2)x_1\cdot x_2+2k(x_1+x_2)+4=0$,

$\therefore(1+k^2)(\frac{-2}{1+k^2})+2k\cdot(\frac{-4k}{1+k^2})+4=0$,

解得 $k=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$直线 l 的方程为 $x-\sqrt{3}y+2\sqrt{3}=0$ 或 $x+\sqrt{3}y-2\sqrt{3}=0$.

24. 解:(1)$\because f(-x)=-f(x)$,

$\therefore\frac{ax^2-bx+1}{-x}=-\frac{ax^2+bx+1}{x}$,

$\therefore bx=0$ 在 $x\neq0$ 时恒成立,$\therefore b=0$.

(2)由(1)知,$f(x)=\frac{ax^2+1}{x}$,由 $f(x)>a$

得 $ax^2+1>ax$,$x\in(1,2)$,

解法一:

令 $g(x)=ax^2-ax+1=a(x-\frac{1}{2})^2+1-\frac{1}{4}a$,

故只需 $g(x)>0$,$x\in(1,2)$

①当 $a=0$ 时,$g(x)=1>0$ 在$(1,2)$上成立;

②当 $a>0$ 时,$g(x)$在$(1,2)$上为增函数,

$\therefore g(x)>g(1)=1>0$ 在$(1,2)$上成立;

③当 $a<0$ 时,$g(x)$在$(1,2)$上为减函数,

$\therefore 2a+1<g(x)<1$,

由题意,只需 $2a+1\geqslant 0$,　$\therefore -\frac{1}{2}\leqslant a<0$.

综上所述,a 的取值范围为 $a\geqslant -\frac{1}{2}$.

解法二:

$a(x^2-x)>-1$,

$\because x^2-x=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}\in(0,2)$,

$\therefore a>\frac{1}{-x^2+x}=\frac{1}{-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}}$,$x\in(1,2)$.

而 $-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}\in(-2,0)$,

$\therefore \frac{1}{-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}}\in(-\infty,-\frac{1}{2})$.

$\therefore$ 只需 $a\geqslant -\frac{1}{2}$.

吉林省 2020 ~ 2021 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	C	A	B	D	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
C	A	B	C	C	D	D	

二、填空题

16. $\frac{3}{5}$

17. 90

18. -2

19. ③④

三、解答题

20. 解:(1)解法一:因为 $\frac{1}{2}\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A$,所以 $\tan A=\sqrt{3}$,

又 $0<A<\pi$, 所以 $A=\frac{\pi}{3}$.

解法二:因为 $\sin A\cos\frac{\pi}{3}-\cos A\sin\frac{\pi}{3}=0$,

所以 $\sin(A-\frac{\pi}{3})=0$.

又 $-\frac{\pi}{3}<A-\frac{\pi}{3}<\frac{2}{3}\pi$,所以 $A-\frac{\pi}{3}=0$.即 $A=\frac{\pi}{3}$.

(2)根据正弦定理,得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$,

所以 $b=\frac{a\cdot\sin B}{\sin A}=\frac{\sqrt{3}\times\sin\frac{\pi}{4}}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{2}$.

21. 解:(1)证明:因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体,

所以 $A_1B_1\perp$ 平面 BCC_1B_1.

又 $BC_1\subset$ 平面 BCC_1B_1,所以 $A_1B_1\perp BC_1$.

又 $BC_1\perp B_1C$,且 $A_1B_1\cap B_1C=B_1$,

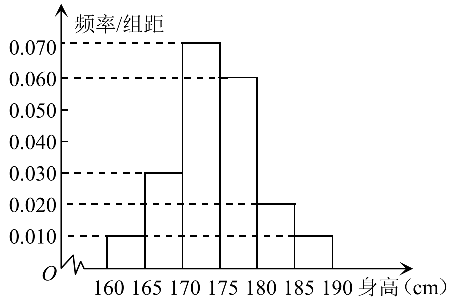
所以 $BC_1\perp$ 平面 A_1B_1CD.即 $BE\perp$ 平面 A_1B_1CD.

(2)若 $AB=1$,则矩形 A_1B_1CD 的面积为 $\sqrt{2}$.

又 $BE=\frac{\sqrt{2}}{2}$,且 BE 为棱锥 $B-A_1B_1CD$ 的高,

所以 $V_{B-A_1B_1CD}=\frac{1}{3}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{3}$.

22. 解:(1)见图



(2)记"此人身高在 165cm~170cm 之间"为事件 A.

依题意,身高在 160cm~170cm 之间有 8 人,从中随机抽取 1 人,共有 8 个基本事件.

而身高在 165cm~170cm 之间有 6 人,则事件 A 有 6 个基本事件.

根据古典概率公式可得概率 $P(A)=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$.

答:此人身高在 165cm~170cm 之间的概率为 $\frac{3}{4}$.

23. 解:(1)若圆 C 关于直线 l 对称,则圆心 $C(-2,1)$ 在直线 $l:ax+y-1=0$ 上,

即 $-2a+1-1=0$,所以 $a=0$.

(2)解法一:

由直线 l 与圆 C 的方程,

得 $\begin{cases}ax+y-1=0,\\(x+2)^2+(y-1)^2=3,\end{cases}$.

消去 y,得 $(1+a^2)x^2+4x+1=0$.

因为直线 l 与圆 C 有两个不同的交点,

则 $\Delta=16-4(1+a^2)>0$.

解得 $-\sqrt{3}<a<\sqrt{3}$.

解法二:因为直线 l 与圆 C 有两个不同的交点,则圆心 $C(-2,1)$ 到直线 $l:ax+y-1=0$ 的距离

$d=\frac{|-2a+1-1|}{\sqrt{a^2+1}}<\sqrt{3}$,解得 $-\sqrt{3}<a<\sqrt{3}$.

24. 解:(1)证明:在区间 $(0,+\infty)$ 内任意取两实数 x_1、x_2,且 $0<x_1<x_2$,

则 $f(x_1)-f(x_2)=(\frac{1}{x_1^2}+1)-(\frac{1}{x_2^2}+1)=\frac{1}{x_1^2}-\frac{1}{x_2^2}$

$=\frac{x_2^2-x_1^2}{x_1^2x_2^2}=\frac{(x_2+x_1)(x_2-x_1)}{x_1^2x_2^2}$.

由 $0<x_1<x_2$,得 $x_1+x_2>0$,$x_2-x_1>0$,$x_1^2x_2^2>0$,

于是 $f(x_1)-f(x_2)>0$,即 $f(x_1)>f(x_2)$.

所以,函数 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上是减函数.

(2)因为 $f(x)+\frac{1}{x}-\frac{1}{a}=\frac{1}{x^2}+1+\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\geqslant 0$,

所以 $\frac{1}{a}\leqslant\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+1=(\frac{1}{x}+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$.(*)

由(*)式对于一切 $x\in(-\infty,0)$ 恒成立,

故有 $\frac{1}{a}$ 小于等于 $[(\frac{1}{x}+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}]$ 的最小值.

又当 $x=-2$ 时,$(\frac{1}{x}+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$ 有最小值 $\frac{3}{4}$.

所以 $\frac{1}{a}\leqslant\frac{3}{4}$.

解得 $a<0$ 或 $a\geqslant\frac{4}{3}$.

吉林省 2020 ~ 2021 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	B	C	D	B	A	B
9	10	11	12	13	14	15	
A	B	D	B	D	B	B	

二、填空题

16. 0.03;3

17. $\frac{13\pi}{3}$

18. $2x-3=0$ 或 $6x+8y-17=0$

19. ①②

三、解答题

20. 解:(1)根据条件 $a+b=\sqrt{2}c$,$a+b+c=\sqrt{2}+1$,

则 $a+b=\sqrt{2}$,$c=1$.

(2)因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{6}\sin C$,

所以 $ab=\frac{1}{3}$,$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{1}{2}$,

因此 $C=60^\circ$.

21. 解:(1)一共有 8 种不同的结果,列举如下:

(白、白、白),(白、白、黑),(白、黑、白),(黑、白、白),(白、黑、黑),(黑、白、黑),(黑、黑、白),(黑、黑、黑).

(2)记"3 次摸球所得总分大于 4 分"为事件 A,事件 A 包含的基本事件为:

(白、黑、黑),(黑、白、黑),(黑、黑、白),(黑、黑、黑),

事件 A 包含的基本事件数为 4,由(1)可知,基本事件总数为 8,

所以事件 A 的概率为 $P(A)=\frac{1}{2}$.

22. 解:设今后人口年平均增长率为 1%,经过 x 年后,我国人口数为 y 亿.

1999 年底,我国人口约 13 亿;

经过 1 年(2000 年),人口数为 $13+13\times 1\%=13\times(1+1\%)$;

经过 2 年(2001 年),人口数为 $13\times(1+1\%)+13\times(1+1\%)\times 1\%=13\times(1+1\%)^2$;

……

所以,经过 x 年,人口数为 $13\times(1+1\%)^x=13\times 1.01^x$(亿);

当 $x=20$ 时,$y=13\times 1.01^{20}\approx 16$(亿).

所以,经过 20 年后,我国人口数最多为 16 亿.

23. 解:(1)$\because a_1=1$,$S_3=7$,$\therefore S_3=a_1+a_2+a_3=7$,

$\therefore a_1+a_1q+a_1q^2=7$,$\therefore 1+q+q^2=7$,$\because q>0$,

$\therefore q=2$,$\therefore a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-1}$.

(2)$\because a_n^2=4^{n-1}$,$\therefore T_n=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$

$=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{1}{3}(4^n-1)$.

24. 解:设点 M 的坐标是 (x,y),点 A 的坐标是 (x_0,y_0).

由于点 B 的坐标是 $(4,3)$,且点 M 是线段 AB 的中点,

所以 $x=\frac{x_0+4}{2}$,$y=\frac{y_0+3}{2}$,于是有 $x_0=2x-4$,

$y_0=2y-3$,①

因为点 A 在圆 $(x+1)^2+y^2=4$ 上运动,所以点 A 的坐标满足方程 $(x+1)^2+y^2=4$,

即 $(x_0+1)^2+y_0^2=4$,②　　把①代入②,

得 $(2x-4+1)^2+(2y-3)^2=4$,

整理,得 $(x-\frac{3}{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=1$.

所以,点 M 的轨迹是以 $(\frac{3}{2},\frac{3}{2})$ 为圆心,半径长是 1 的圆.

吉林省 2020 ~ 2021 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 6

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	B	C	B	D	B	A
9	10	11	12	13	14	15	
B	A	A	B	A	D	A	

二、填空题

16. 圆锥

17. $\frac{2\pi}{3}$

18. 4

19. 3

三、解答题

20. 解:(1)$\because \cos B=\frac{4}{5}$,$0<B<\pi$,

$\therefore \sin B=\sqrt{1-\cos^2B}=\frac{3}{5}$.

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$ 得:$\sin A=\frac{a\sin B}{b}=\frac{2\times\frac{3}{5}}{3}=\frac{2}{5}$.

(2)$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=3$,

$\therefore \frac{1}{2}\times 2\times\frac{3}{5}c=3$.

$\therefore c=5$.

由余弦定理,得:

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

$=4+25-2\times 2\times 5\times\frac{4}{5}$

$=13$.

$\therefore b=\sqrt{13}$.

21. 解:(1)证明:连结 BD,交 AC 于 O.连结 EO,

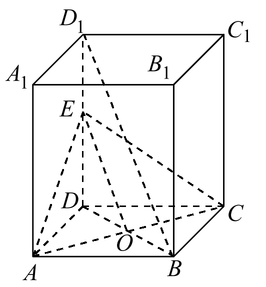
则 O 为 BD 的中点.

$\because E$ 为 DD_1 的中点,

$\therefore EO\parallel BD_1$.

又 $EO\subset$ 平面 AEC,$BD_1\not\subset$ 平面 AEC,

$\therefore BD_1\parallel$ 平面 AEC.



(2)解法一:

在 Rt△EAD,Rt△ECD,Rt△ACD中,

∵$AD = CD = 1, ED = 1$,

∴$AE = AC = EC = \sqrt{2}$,

∴$S_{\triangle EAD} = S_{\triangle ECD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}\times 1\times 1 = \frac{1}{2}$.

∴$S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2}AC \cdot AE\sin 60° = \frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

∴$S_{表} = 3S_{\triangle ACD} + S_{\triangle AEC} = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

解法二:

∵$AD = CD = 1, AA_1 = 2$,E 是 DD_1中点,

∴$AD = CD = DE = 1$.

∴$AE = CE$,

∵O是AC中点,

∴$OE\perp AC$.

又$BD_1 = \sqrt{AD^2 + CD^2 + DD_1^2} = \sqrt{6}$,

∴$OE = \frac{1}{2}BD_1 = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

∵$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{2}$,

∴$S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2}AC \cdot OE = \frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

又$S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CDE} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}$.

∴三棱锥$D-AEC$表面积$S_{表} = 3S_{\triangle ACD} + S_{\triangle AEC} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

22. 解:(1)设数列$\{a_n\}$的公比为q,

由已知$a_4 = a_1q^3 = 2q^3 = 16$,

∴$q = 2$.

∴$a_n = a_1q^{n-1} = 2^n$.

(2)由(1)得,$a_3 = 8, a_5 = 32$,

∴$b_3 = 8, b_5 = 32$,

设数列$\{b_n\}$的公差为d,

则$\begin{cases} b_1 + 2d = 8, \\ b_1 + 4d = 32. \end{cases}$ 解得:$\begin{cases} b_1 = -16, \\ d = 12. \end{cases}$

∴$S_n = nb_1 + \frac{n(n-1)d}{2} = -16n + \frac{n(n-1)\times 12}{2}$

$= 6n^2 - 22n$.

23. 解:(1)由已知可得,圆心$(-3,1)$,半径长$r = 2$.

∵弦长为$2\sqrt{3}$,

∴圆心到直线 l 的距离$d = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 1$.

(2)设直线l的方程为$y = k(x-4)$,即$kx - y - 4k = 0$.

圆心到直线 l 的距离为$d = \frac{|-3k-1-4k|}{\sqrt{1+k^2}} = 1$,

整理得:$k(24k+7) = 0$.

解得:$k = 0$ 或 $k = -\frac{7}{24}$.

故所求直线l有两条,分别为:$y = 0$或$y = -\frac{7}{24}(x-4)$,

即$y = 0$ 或 $7x + 24y - 28 = 0$.

24. 解:(1)$g(x) = f(x) + 3x = -x^2 + (2a+3)x - a$,

∵$g(x)$是偶函数,

∴$g(-x) = g(x)$.

∴$-x^2 - (2a+3)x - a = -x^2 + (2a+3)x - a$.

即 $2(2a+3)x = 0$ 恒成立.

∴$2a + 3 = 0, a = -\frac{3}{2}$.

(2)解法一:

二次函数$y = f(x)$的对称轴为$x = a$,图象开口向下,

①当$a\leqslant 1$ 时,$f(x)$在$[1,+\infty)$上是减函数,

∴$f(x)_{最大值} = f(1) = a - 1\leqslant 2$.解得:$a\leqslant 3$.

∴$a\leqslant 1$.

②当$a > 1$时,$f(x)_{最大值} = f(a) = a^2 - a\leqslant 2$,

即$a^2 - a - 2\leqslant 0$.得$-1\leqslant a\leqslant 2$.

∴$1 < a\leqslant 2$.

综上所述,a的取值范围是$a\leqslant 2$.

解法二:

∵$f(x)\leqslant 2$,

∴$-x^2 + 2ax - a\leqslant 2$,即$a\leqslant\frac{x^2+2}{2x-1}(x\geqslant 1)$.

设$\varphi(x) = \frac{x^2+2}{2x-1}$,

函数$y = f(x)$在$[1,+\infty)$上,$f(x)\leqslant 2$ 恒成立等价于$\varphi(x)_{最小值}\geqslant a$.

$$\varphi(x) = \frac{x^2+2}{2x-1} = \frac{(x-\frac{1}{2})^2 + (x-\frac{1}{2}) + \frac{9}{4}}{2(x-\frac{1}{2})} = \frac{1}{2}\left[(x-\frac{1}{2}) + \frac{9}{4(x-\frac{1}{2})} + 1\right].$$

∵$x\geqslant 1$,

∴$x - \frac{1}{2} > 0$.

$$∴\varphi(x)\geqslant\frac{1}{2}\left[2\sqrt{(x-\frac{1}{2})\times\frac{9}{4(x-\frac{1}{2})}} + 1\right] = \frac{1}{2}(3+1) = 2.$$

当$x - \frac{1}{2} = \frac{9}{4(x-\frac{1}{2})}$,即$x = 2$时,取等号,

∴$\varphi(x)_{最小值} = 2$.

∴$a\leqslant 2$.

吉林省 2020 ~ 2021 学年度高中必修课程复习与检测

数学综合 7

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	A	B	C	A	C	A
9	10	11	12	13	14	15	
B	D	A	A	B	B	D	

二、填空题

16. π

17. $\frac{1}{2}$

18. 33

19. 1

三、解答题

20. 解:(1)由正弦定理$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$,得$\frac{\sqrt{2}}{\sin 30°} = \frac{b}{\sin 45°}$,

∴$b = 2$.

(2)∵$A = 30°, B = 45°, A + B + C = 180°$,

∴$C = 105°$.

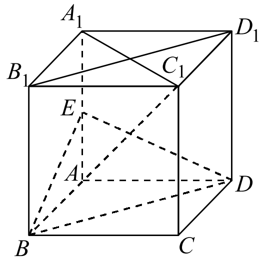
又∵$\sin 105° = \sin(60° + 45°)$

$= \sin 60°\cos 45° + \cos 60°\sin 45°$

$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$,

∴$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 2\times\sin 105° = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$.

21. 解:(1)证明:连接A_1C_1,则$B_1D_1\perp A_1C_1$.



∵$AA_1\perp$ 平面$A_1B_1C_1D_1$,

$B_1D_1\subset$平面$A_1B_1C_1D_1$,

∴$AA_1\perp B_1D_1$.

又∵$AA_1\cap A_1C_1 = A_1$,

∴$B_1D_1\perp$平面AA_1C_1.

∴$AC_1\perp B_1D_1$.

(2)∵$AA_1 = 2$,E是AA_1的中点,∴$AE = 1$.

由已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$可知,$AE\perp$平面ABD,且$AB\perp AD$,

∴$V_{E-ABD} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AB\times AD\times AE$

$= \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times 2\times 1 = \frac{2}{3}$.

22. 解:(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d.

∵$a_3 + a_4 = 1$,∴$a_1 + 2d + a_1 + 3d = 1$.

又$a_1 = -2$,∴$d = 1$.

由$a_n = a_1 + (n-1)d$ 得 $a_n = -2 + (n-1)\times 1$,

整理得$a_n = n - 3$.

(2)由$a_n = n - 3$可得$a_{15} = 15 - 3 = 12$.

∵$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$,

∴$S_{15} = \frac{15\times(-2+12)}{2} = 75$.

23. 解:(1)∵直线AB的倾斜角$\alpha = 45°$,∴$k_{AB} = 1$.

又因为直线AB过点$P(-1,2)$,

由直线方程的点斜式:$y - y_0 = k(x - x_0)$,

得直线AB的方程为$y - 2 = 1\times(x+1)$,整理得$x - y + 3 = 0$.

由圆C:$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$可知,

圆心坐标为$C(1,1)$,

∴圆心C到直线AB的距离为

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{|1-1+3|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

(2)∵弦AB被点P平分,∴$AB\perp CP$.

∴$k_{AB} = -\frac{1}{k_{PC}} = 2$.

∴直线AB的方程为$y - 2 = 2\times(x+1)$,

整理得 $2x - y + 4 = 0$.

24. 解:(1)当$k = 4$时,函数$f(x) = 2x^2 - 4x - 8$,

函数图象开口向上,对称轴方程为$x = 1$.

∴函数$f(x) = 2x^2 - 4x - 8$的单调递减区间为$(-\infty,1]$,单调递增区间为$[1,+\infty)$.

(2)函数$f(x) = 2x^2 - kx - 8$的对称轴方程为$x = \frac{k}{4}$,图象开口向上.

①当$k < -4$,即$\frac{k}{4} < -1$ 时,函数$f(x)$在区间$[-1,2]$上单调递增.

此时$g(k) = f(-1) = 2 + k - 8 = k - 6$.

②当$-4\leqslant k\leqslant 8$,即$-1\leqslant\frac{k}{4}\leqslant 2$时,函数$f(x)$在区间$[-1,\frac{k}{4}]$上单调递减,在区间$[\frac{k}{4},2]$上单调递增.

此时$g(k) = f(\frac{k}{4}) = 2\times\frac{k^2}{16} - \frac{k^2}{4} - 8 = -\frac{k^2}{8} - 8$.

③当$k > 8$,即$\frac{k}{4} > 2$ 时,函数$f(x)$在区间$[-1,2]$上单调递减.

此时$g(k) = f(2) = 8 - 2k - 8 = -2k$.

综上:$g(k) = \begin{cases} k - 6, k < -4, \\ -\frac{k^2}{8} - 8, -4\leqslant k\leqslant 8, \\ -2k, k > 8. \end{cases}$