

参考答案

数学必修 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	C	C	A	C	C	D	B
9	10	11	12	13	14	15	
B	D	A	D	A	B	D	

二、填空题

16. $[-4, -2) \cup (-2, +\infty)$

17. $2x - \frac{1}{3}$ 或 $-2x + 1$

18. 3

19. $0, -\frac{1}{2}$

三、解答题

20. 解: $\because A \cap B = \emptyset$,

(1) 当 $A = \emptyset$ 时, 有 $2a + 1 \leq a - 1 \Rightarrow a \leq -2$;

(2) 当 $A \neq \emptyset$ 时, 有 $2a + 1 > a - 1 \Rightarrow a > -2$,

又 $\because A \cap B = \emptyset$, 则有 $2a + 1 \leq 0$ 或 $a - 1 \geq 1 \Rightarrow a \leq -\frac{1}{2}$ 或 $a \geq 2$,

$\therefore -2 < a \leq -\frac{1}{2}$ 或 $a \geq 2$.

由以上可知: $a \leq -\frac{1}{2}$ 或 $a \geq 2$.

21. 解: (1) 当 $a > 1$ 时, $\because a^{-5} > a^{+7}$,

$\therefore -5x > x + 7$, 解得 $x < -\frac{7}{6}$.

(2) 当 $0 < a < 1$ 时, $\because a^{-5} > a^{+7}$,

$\therefore -5x < x + 7$, 解得 $x > -\frac{7}{6}$.

22. 解: $f(x) = 4(x - \frac{a}{2})^2 + 2 - 2a$.

(1) 当 $\frac{a}{2} < 0$ 即 $a < 0$ 时, $f(x)_{\min} = f(0) = a^2 - 2a + 2 = 3$, 解得 $a = 1 - \sqrt{2}$.

(2) 当 $0 \leq \frac{a}{2} \leq 2$ 即 $0 \leq a \leq 4$ 时, $f(x)_{\min} = f(\frac{a}{2}) = 2 - 2a = 3$, 解得 $a = -\frac{1}{2}$ (舍去).

(3) 当 $\frac{a}{2} > 2$ 即 $a > 4$ 时, $f(x)_{\min} = f(2) = a^2 - 10a + 18 = 3$, 解得 $a = 5 + \sqrt{10}$.

综上所述: a 的值为 $1 - \sqrt{2}$ 或 $5 + \sqrt{10}$.

23. 解: (1) 租金增加了 600 元,

所以未出租的车有 12 辆, 一共出租了 88 辆.

(2) 设每辆车的月租金为 x 元, ($x \geq 3000$), 租赁公司的月收益为 y 元,

则 $y = x(100 - \frac{x - 3000}{50}) - \frac{x - 3000}{50} \times 50 - (100 - \frac{x - 3000}{50}) \times 150$

$= -\frac{x^2}{50} + 162x - 21000$

$= -\frac{1}{50}(x - 4050)^2 + 307050$,

当 $x = 4050$ 时, $y_{\max} = 307050$.

24. 解: (1) $f(1) = f(1) + f(1)$, $\therefore f(1) = 0, f(4) = f(2) +$

$f(2) = 1 + 1 = 2, f(8) = f(2) + f(4) = 2 + 1 = 3$.

(2) $\because f(x) + f(x - 2) \leq 3, \therefore f[x(x - 2)] \leq f(8)$,

又 \because 对于函数 $f(x)$ 有 $x_2 > x_1 > 0$ 时, $f(x_2) > f(x_1)$,

$\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数.

$\therefore \begin{cases} x > 0, \\ x - 2 > 0, \end{cases} \Rightarrow 2 < x \leq 4$.

$\therefore \begin{cases} x(x - 2) \leq 8, \\ x > 0, \end{cases}$

$\therefore x$ 的取值范围为 $(2, 4)$.

数学必修 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	A	C	D	C	A	A
9	10	11	12	13	14	15	
C	C	A	A	C	D	B	

二、填空题

16. $2x - y + 16 = 0$

17. $x + y - 5 = 0, 3x - 2y = 0$

18. 30°

19. $[-4, 5]$

三、解答题

20. 解: 由 $\begin{cases} 3x + 4y = 5, \\ 2x - 3y = -8, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 2. \end{cases}$

所以交点 $M(-1, 2)$.

(1) 由题意可知: $k = -2$, 所以直线方程为 $2x + y = 0$.

(2) 由题意可知: $k = \frac{1}{2}$, 直线方程为 $x - 2y + 5 = 0$.

21. 解: \because 正四棱锥 $V - ABCD$ 中, $ABCD$ 是正方形,

$\therefore MC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 6$
 $= 3(\text{cm})$.

且 $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6$
 $= 18(\text{cm}^2)$.

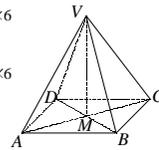
$\therefore VM$ 是棱锥的高,

$\therefore \text{Rt} \triangle VMC$ 中,

$VM = \sqrt{VC^2 - MC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$.

\therefore 正四棱锥 $V - ABCD$ 的体积为 $\frac{1}{3} S_{\text{侧}} \times VM = \frac{1}{3}$
 $\times 18 \times 4 = 24(\text{cm}^3)$.

22. 解: 由 $\begin{cases} y = 0, \\ x - 2y + 1 = 0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 0, \end{cases}$ 即 A 的坐标为 $(-1, 0)$.



$\therefore k_{AB} = \frac{2-0}{1+1} = 1$,

又 $\because x$ 轴为 $\angle BAC$ 的平分线,

$\therefore k_{AC} = -k_{AB} = -1$,

又 \because 直线 $x - 2y + 1 = 0$ 为 BC 边上的高,

$\therefore k_{BC} = -2$.

设 C 的坐标为 (a, b) , 则 $\frac{b}{a+1} = -1, \frac{b-2}{a-1} = -2$,

解得 $a = 5, b = -6$, 即 C 的坐标为 $(5, -6)$.

23. 证明: (1) 连接 BD .

在正方体 AC_1 中, 对角线 $BD \parallel B_1D_1$.

又 $\because E, F$ 为棱 AD, AB 的中点,

$\therefore EF \parallel BD$.

$\therefore EF \parallel B_1D_1$.

又 $B_1D_1 \subset$ 平面 $CB_1D_1, EF \not\subset$ 平面 CB_1D_1 ,

$\therefore EF \parallel$ 平面 CB_1D_1 .

(2) \because 在正方体 AC_1 中, $AA_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$,

而 $B_1D_1 \subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$,

$\therefore AA_1 \perp B_1D_1$.

又 \because 在正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 中, $A_1C_1 \perp B_1D_1$,

$\therefore B_1D_1 \perp$ 平面 CAA_1C_1 .

又 $\because B_1D_1 \subset$ 平面 CB_1D_1 ,

\therefore 平面 $CAA_1C_1 \perp$ 平面 CB_1D_1 .

24. 解: (1) 由题意得, OA 的方程为 $y = x$,

OB 的方程为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$,

设 $A(a, a), B(-\sqrt{3}b, b)$.

$\therefore AB$ 的中点为 $P(1, 0)$, $\therefore \begin{cases} a - \sqrt{3}b = 2, \\ a + b = 0, \end{cases}$

得 $a = \sqrt{3} - 1, b = 1 - \sqrt{3}$.

$\therefore k_{AB} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -\sqrt{3} - 1$,

即 AB 的方程为 $(\sqrt{3} + 1)x + y - \sqrt{3} - 1 = 0$.

(2) AB 中点坐标为 $(\frac{a - \sqrt{3}b}{2}, \frac{a + b}{2})$ 在直线 $y = \frac{1}{2}x$ 上,

则 $\frac{a + b}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a - \sqrt{3}b}{2}$, 即 $a = -(2 + \sqrt{3})b$, ①

$\because k_{AB} = k_{OP}, \therefore \frac{a}{a-1} = \frac{b}{-\sqrt{3}b-1}$, ②

由①、②得 $a = \sqrt{3}$, 则 $k_{AB} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$,

所以所求 AB 的方程为 $(3 + \sqrt{3})x - 2y - 3 - \sqrt{3} = 0$.

数学必修 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	D	B	D	A	B	A	C
9	10	11	12	13	14	15	
C	D	B	A	A	D	A	

二、填空题

16. 0.32

17. $\frac{14}{15}$

18. $\frac{3}{10}$

19. 23, 23

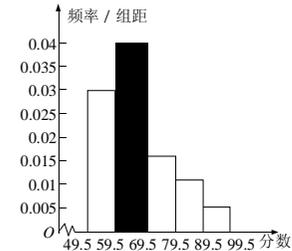
三、解答题

20. 解: (1) 无放回抽取两张标签, 可以认为分两次完成, 考虑顺序有 $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)$ 及把两数交换位置的情况, 共计 20 种; 其中抽取相邻整数仅有 $(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)$ 及把两数交换位置的情况, 共计 8 种. 所以标签抽取无放回时, 两张标签上的数字为相邻整数的概率为 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

(2) 标签抽取有放回时, 共有 25 种抽法, 即无放回情况下的 20 种, 再加上 $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)$ 这 5 种; 其中两张标签上的数字为相邻整数的抽法仍然只有 8 种. 因此, 标签抽取有放回时, 两张标签上的数字为相邻整数的概率为 $\frac{8}{25}$.

21. 解: (1) 第二小组的频率为 $1 - 0.30 - 0.15 - 0.10 - 0.05 = 0.40$, 频率分布直方图(如图阴影部分所示).

(2) $\frac{40}{0.40} = 100$.



22. 解: (1) 设红色球有 x 个, 依题意得 $\frac{x}{24} = \frac{1}{6}$, 解得 $x = 4$, \therefore 红色球有 4 个.

(2) 记“甲取出的球的编号比乙的大”为事件 A , 所有的基本事件有 $(红 1, 白 1), (红 1, 蓝 2), (红 1, 蓝 3), (白 1, 红 1), (白 1, 蓝 2), (白 1, 蓝 3), (蓝 2, 红 1), (蓝 2, 白 1), (蓝 2, 蓝 3), (蓝 3, 红 1), (蓝 3, 白 1), (蓝 3, 蓝 2)$, 共 12 种.

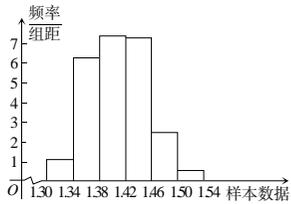
事件 A 包含的基本事件有 $(蓝 2, 红 1), (蓝 2, 白 1), (蓝 3, 红 1), (蓝 3, 白 1), (蓝 3, 蓝 2)$, 共 5 种.

所以, $P(A) = \frac{5}{12}$.

23. 解: (1) 频率分布表:

分组	频数	频率
[1.30, 1.34)	4	0.04
[1.34, 1.38)	25	0.25
[1.38, 1.42)	30	0.30
[1.42, 1.46)	29	0.29
[1.46, 1.50)	10	0.10
[1.50, 1.54)	2	0.02
合计	100	1.00

频率分布直方图如下图:



(2) 设纤维落在 $[1.38, 1.50]$ 中的概率为 P_1 , 纤维小于 1.40 的概率为 P_2 , 于是由频率分布直方图得 $P_1 = 0.3 + 0.29 + 0.1 = 0.69$, $P_2 = 0.04 + 0.25 + 0.15 = 0.44$.

24. 解: 设事件 A 为“方程 $x^2 + 2ax + b^2 = 0$ 有实根”. 当 $a > 0, b > 0$ 时, 方程 $x^2 + 2ax + b^2 = 0$ 有实根的充要条件为 $a \geq b$.

(1) 基本事件共 12 个:

$(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0),$

$(2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,2)$. 其中第一个数表示 a 的取值, 第二个数表示 b 的取值. 事件 A 中包含 9 个基本事件, 事件 A 发生的概率为 $P(A) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

(2) 试验的全部结果所构成的区域为 $\{(a,b) | 0 \leq a \leq 3, 0 \leq b \leq 2\}$.

构成事件 A 的区域为 $\{(a,b) | 0 \leq a \leq 3, 0 \leq b \leq 2, a \geq b\}$.

所以所求的概率为 $\frac{3 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2^2}{3 \times 2} = \frac{2}{3}$.

数学必修 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	D	B	C	A	B	D
9	10	11	12	13	14	15	
D	C	A	D	C	A	C	

二、填空题

16. $(-6, 19)$

17. π

18. $m = \frac{23}{8}$

19. -1

三、解答题

20. 解: 原式

$$= \frac{\sqrt{(1+\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}}{\sqrt{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}} - \frac{\sqrt{(1-\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}}{\sqrt{(1+\sin\alpha)(1-\sin\alpha)}}$$

$$= \frac{\sqrt{(1+\sin\alpha)^2}}{\sqrt{(1-\sin\alpha)^2}} - \frac{\sqrt{(1-\sin\alpha)^2}}{\sqrt{(1-\sin\alpha)^2}}$$

$$= \frac{1+\sin\alpha}{1-\sin\alpha} - \frac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}$$

$$= \frac{(1+\sin\alpha)^2 - (1-\sin\alpha)^2}{(1-\sin\alpha)(1+\sin\alpha)}$$

$$= \frac{4\sin\alpha}{1-\sin^2\alpha} = \frac{4\sin\alpha}{\cos^2\alpha} = 4 \tan\alpha$$

21. 解: (1) $\because -1 \leq \cos 3x \leq 1$,
 \therefore 当 $\cos 3x = -1$, 即 $3x = \pi + 2k\pi$,
 $x = \frac{2k+1}{3}\pi (k \in \mathbf{Z})$ 时, 有 $y_{\min} = -\frac{1}{2} \cdot 4(-1) + \frac{3}{2} = 2$;
 当 $\cos 3x = 1$, 即 $3x = 2k\pi, x = \frac{2k}{3}\pi (k \in \mathbf{Z})$ 时,

$$y_{\min} = -\frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{3}{2} = 1.$$

(2) $\because -1 \leq \sin(2x + \frac{\pi}{6}) \leq 1, \therefore$ 当 $\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = 1$,

$$\text{即 } 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbf{Z}) \text{ 时,}$$

有 $y_{\max} = 3 + 1 = 4$; 当 $\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = -1$,

$$\text{即 } x = \frac{2}{3}\pi + k\pi (k \in \mathbf{Z}) \text{ 时, } y_{\min} = 3 \cdot (-1) + 1 = -2.$$

22. 解: $\because (2a-3b) \cdot (2a+b) = 61$,

$$\therefore 4a^2 - 4ab - 3b^2 = 61.$$

又 $|a| = 4, |b| = 3, \therefore ab = -6$.

$$\therefore \cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = -\frac{1}{2}, \therefore \theta = 120^\circ.$$

23. 解: (1) $a + tb = (2t-3, 2+t), |a+tb|^2 = (2t-3)^2 + (2+t)^2 = 5t^2 - 8t + 13 = 5(t - \frac{4}{5})^2 + \frac{49}{5}$,

当 $t = \frac{4}{5}$ 时, $|a+tb|$ 取得最小值 $\frac{7\sqrt{5}}{5}$.

(2) $a - tb = (-3-2t, 2-t)$, 因为 $a - tb$ 与 c 共线,

$$\text{所以 } 3 + 2t - 6 + 3t = 0, \text{ 即 } t = \frac{3}{5}.$$

24. 解: (1) $f(\frac{\pi}{3}) = 2\cos\frac{2\pi}{3} + \sin^2\frac{\pi}{3} - 4\cos\frac{\pi}{3} = -1 + \frac{3}{4} - 2 = -\frac{9}{4}$.

(2) $f(x) = 2(2\cos^2x - 1) + (1 - \cos^2x) - 4\cos x$

$$= 3\cos^2x - 4\cos x - 1 = 3(\cos x - \frac{2}{3})^2 - \frac{7}{3}, x \in \mathbf{R}$$

因为 $\cos x \in [-1, 1]$, 所以 $\cos x = -1$ 时, $f(x)$ 取最大值 6; 当 $\cos x = \frac{2}{3}$ 时, $f(x)$ 取最小值 $-\frac{7}{3}$.

数学必修 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	B	D	C	B	D	B
9	10	11	12	13	14	15	
C	A	B	D	C	C	C	

二、填空题

16. $\sqrt{3}$

17. 120°

18. $8 + 4\sqrt{2}$

19. $S_n = 12 [1 - (\frac{1}{2})^n]$

三、解答题

20. 解: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \sqrt{3}, \therefore bc = 4$.

由余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$,

$$\therefore 21 = (b+c)^2 - 2bc - 2bc\cos 120^\circ = (b+c)^2 - 2 \times 4 - 2 \times 4 \times (-\frac{1}{2}) = (b+c)^2 - 4,$$

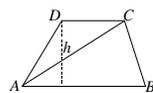
$$\therefore b+c = 5, \text{ 而 } c > b, \therefore b = 1, c = 4.$$

21. 解: 在 $\triangle ACD$ 中, $AC^2 = AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cdot \cos 120^\circ$,

$$\therefore AD^2 + 2AD - 15 = 0,$$

$$\therefore AD = 3 \text{ 或 } AD = -5 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore h = AD \cdot \sin 60^\circ = \frac{3}{2}\sqrt{3}.$$



22. 解: 设三数为 $\frac{a}{q}, a, aq$.

由题意得 $\begin{cases} a^2 = 512, \\ \frac{a}{q} - 2 + aq - 2 = 2a, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = 8, \\ q = 2, \end{cases}$

或 $\begin{cases} a = 8, \\ q = \frac{1}{2}. \end{cases}$

所以这三个数为 4, 8, 16 或 16, 8, 4.

23. 解: (1) 设 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,

$$\therefore \begin{cases} a_1 + d = 6, \\ a_1 + 4d = 18, \end{cases} \text{ 解得 } a_1 = 2, d = 4.$$

$$\therefore a_n = 2 + 4(n-1) = 4n - 2.$$

(2) 证明: 当 $n = 1$ 时, $b_1 = T_1$, 由 $T_1 + \frac{1}{2}b_1 = 1$,

$$\text{得 } b_1 = \frac{2}{3}.$$

当 $n \geq 2$ 时, $T_n = 1 - \frac{1}{2}b_n, T_{n-1} = 1 - \frac{1}{2}b_{n-1}$,

$$\therefore T_n - T_{n-1} = \frac{1}{2}(b_{n-1} - b_n), \therefore b_n = \frac{1}{2}(b_{n-1} - b_n),$$

$$\therefore b_n = \frac{1}{3}b_{n-1}.$$

$\therefore \{b_n\}$ 是以 $\frac{1}{3}$ 为首项, $\frac{1}{3}$ 为公比的等比数列.

24. 解: 由 $x^2 + 2x - 8 > 0$, 得 $x < -4$ 或 $x > 2$,

所以 $A = \{x | x < -4 \text{ 或 } x > 2\}$;

由 $6 + x - x^2 > 0$, 即 $x^2 - x - 6 < 0$,

得 $-2 < x < 3$, 所以 $B = \{x | -2 < x < 3\}$.

于是 $A \cap B = \{x | 2 < x < 3\}$.

由 $x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$, 得 $(x-a)(x-3a) < 0$,

当 $a > 0$ 时, $C = \{x | a < x < 3a\}$, 由 $A \cap B \subset C$,

$$\text{得 } \begin{cases} a \leq 2, \\ 3a \geq 3, \end{cases} \text{ 所以 } 1 \leq a \leq 2;$$

当 $a = 0$ 时, 不等式 $x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$, 即 $x^2 < 0$, 解集为空集, 此时不满足 $A \cap B \subset C$;

当 $a < 0$ 时, $C = \{x | 3a < x < a\}$, 由 $A \cap B \subset C$,

$$\text{得 } \begin{cases} 3a \leq 2, \\ a \geq 3, \end{cases} \text{ 此不等式组无解.}$$

综上, 满足题设条件的实数 a 的取值范围为 $\{a | 1 \leq a \leq 2\}$.

数学综合 1

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	B	B	D	B	B	B
9	10	11	12	13	14	15	
D	D	D	B	B	C	C	

二、填空题

16. 16

17. 49

18. 3

19. 150

三、解答题

20. 解: 设这四个数依次为 $a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$,

则有

$$\begin{cases} 4a = 26, \\ (a-d)(a+d) = 40, \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a = \frac{13}{2}, \\ d = \frac{3}{2}, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = \frac{13}{2}, \\ d = -\frac{3}{2}. \end{cases}$

所以这四个数是 2, 5, 8, 11 或 11, 8, 5, 2.

21. 解: $l_1: (3+m)x + 4y - 5 + 3m = 0; l_2: 2x + (5+m)y - 8 = 0$.

(1) 若 $l_1 \parallel l_2$, 则有 $\frac{3+m}{2} = \frac{4}{5+m} \neq \frac{-5+3m}{-8}$,

$$\text{解得 } m = -7.$$

(2) 若 $l_1 \perp l_2$, 则有 $(3+m) \cdot 2 + 4(5+m) = 0$,

$$\text{解得 } m = -\frac{13}{3}.$$

22. 解: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$.

因为锐角 $\triangle ABC$, 所以 $\cos A = \frac{1}{3} > 0$, 由余弦定理得

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos A} = 3.$$

23. 解: (1) 借助于体积桥, 记 V_1 为四面体 $C-BDE$ 的体积, V_2 为正方体挖去四面体 $C-BDE$ 后的剩余部分的体积, 则有 $V_1 = \frac{1}{3}S_{\triangle BDC} \cdot CE = \frac{1}{3} \times 2 \times 1 = \frac{2}{3}$,

$$V_2 = 16 - V_1 = \frac{46}{3},$$

故 $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{23}$.

(2) 由 (1) 可知 $BC \perp BE$, 而 BC 是斜线 AC 在平面 BCC_1B_1 内的射影, 故 $AC \perp BE$.

24. 解: 已知圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$, 直线 l 过定点 $A(1,0)$.

(1) 易知直线 l 斜率存在, 设 l 的方程为 $y = k(x-1)$,

若 l 与圆相切, 则圆心 $C(3,4)$ 到直线 l 的距离等于半径, 即 $2 = \frac{|3k-4-k|}{\sqrt{k^2+1}}$, 得 $k = \frac{3}{4}$,

l 的方程为 $y = \frac{3}{4}(x-1)$, 即 $3x - 4y - 3 = 0$.

(2) 设 l 的方程为 $y = k(x-1)$ 与圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ 相交于 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$,

$$\text{则有 } \begin{cases} (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4, \\ y = k(x-1), \end{cases} \text{ 整理得 } (1+k^2)x^2 - (2k^2+8k+6)x + k^2+8k+21 = 0,$$

其中 $\Delta > 0$, 由韦达定理得

$$x_1+x_2 = \frac{2k^2+8k+6}{1+k^2}, x_1x_2 = \frac{k^2+8k+21}{1+k^2},$$

$$\text{则有 } M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}), \text{ 又 } N(\frac{2k-2}{1+2k}, \frac{-3k}{1+2k}),$$

$$|AM| \cdot |AN| = \sqrt{[\frac{k^2+4k+3}{1+k^2} - 1]^2 + [\frac{4k+2k}{1+k^2} - (\frac{2k-2}{1+2k} - 1)]^2 + (\frac{-3k}{1+2k})^2} = 6,$$

$$\text{即 } |AM| \cdot |AN| = 6.$$

数学综合 2

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
A	A	D	C	B	B	C	A
9	10	11	12	13	14	15	
B	A	B	A	B	C	C	

二、填空题

16. 30
17. (-1, 1)
18. $\frac{1}{12}$

19. 2550; 2500

三、解答题

20. 证明: (1) 连结 BD , 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $\therefore DD_1 \perp$ 平面 $ABCD, ACC \subset$ 平面 $ABCD, \therefore DD_1 \perp AC$, $\therefore ABCD$ 是正方形, $\therefore AC \perp BD, \therefore BD \cap DD_1 = D$, $\therefore AC \perp$ 平面 $D_1DB, \therefore D_1B \subset$ 平面 $D_1DB, \therefore AC \perp D_1B$.

(2) 设 $BD \cap AC = O$, 连结 OE , $\therefore ABCD$ 是正方形, $\therefore BO = DO$, $\therefore E$ 是 D_1D 的中点, $\therefore EO$ 是 $\triangle D_1DB$ 的中位线, $\therefore DB \parallel EO, \therefore DB \not\subset$ 平面 $AEC, EO \subset$ 平面 $AEC, \therefore DB \parallel$ 平面 AEC .

21. 解: (1) $\therefore f(B) = 2, \therefore \sin B = \frac{1}{2}$, $\therefore 0 < B < \pi, \therefore B = \frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$.
(2) $\therefore f(B) - m < 2$ 恒成立, $\therefore 2\sin B - 1 < m$ 恒成立, $\therefore 0 < B < \pi, \therefore 2\sin B - 1 \in (-1, 1], \therefore m > 1$.

22. 解: (1) $a_1 = -\frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{4}$.
(2) $S_n = \frac{1}{3}(a_n - 1)$ ①, $S_{n-1} = \frac{1}{3}(a_{n-1} - 1) (n \geq 2)$ ②, ①-②有 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = -\frac{1}{2} (n \geq 2)$, 故数列 $\{a_n\}$ 是等比数列.

23. 解: (1)

甲				乙			
8	2	5	7	7	1		
	4	7	8	7	5		
		4	9	1	8	7	2
8	7	5	1	10	1	1	

(2) 由上图可知, 甲的中位数是 9.05, 乙的中位数是 9.15, 乙的成绩大致对称, 可以看出乙发挥稳定性好, 甲波动性大.

24. 解: (1) 设 $M(x, y)$, 则 $A(2x - 1, 2y - 3)$, 代入圆方程整理得 $x^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = 1$, 即为所求.
(2) 设直线 $l: y - 3 = k(x - 1)$, 且交圆 $C: (x + 1)^2 + y^2 = 4$ 于 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 联立方程整理得 $(1 + k^2)x^2 + (6k - 2k^2 + 2)x + k^2 - 6k + 6 = 0$, 又 $C(-1, 0)$, 则有 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CQ} = 0$, 即 $2k^2 - 12k + 7 = 0$, $\therefore k = 3 \pm \frac{\sqrt{22}}{2}$.

数学综合 3

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	B	C	A	B	B	C
9	10	11	12	13	14	15	
A	D	D	A	A	D	C	

二、填空题

16. \overline{AD}

17. -1

18. 5

19. 0.5

三、解答题

20. 解: (1) $\sin \alpha = y = \frac{4}{5}$.
(2) 能. $\therefore x = \frac{3}{5}, \therefore \cos \alpha = x = \frac{3}{5}$.
 $\sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \cos \frac{\pi}{4} \sin \alpha$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{4}{5}$
 $= \frac{7\sqrt{2}}{10}$

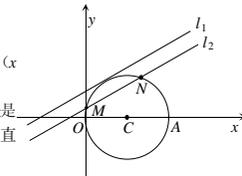
21. 解: (1) 设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 那么 $5a_1 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4d = 15$. 把 $a_1 = -1$ 代入上式, 得 $d = 2$. 因此, $a_n = -1 + 2(n - 1) = 2n - 3$.

(2) 根据 $b_n = 2^n$, 得 $b_1 = \frac{1}{2}, b_2 = 2, b_3 = 8$. 由此推测 $\{b_n\}$ 是等比数列. 证明如下: 由 (1) 得, $a_{n+1} - a_n = 2$, 所以 $\frac{b_{n+1}}{b_n} = 2^{a_{n+1} - a_n} = 2^2 = 4$ (常数), 因此数列 $\{b_n\}$ 是等比数列.

22. 解: (1) $\therefore O(0, 0), A(6, 0)$, 圆 C 以线段 OA 为直径, \therefore 圆心 $C(3, 0)$, 半径 $r = 3$, \therefore 圆 C 的方程为 $(x - 3)^2 + y^2 = 9$.
(2) \therefore 直线 l_1 的方程是 $x - 2y + 4 = 0, \therefore$ 直线 l_1 的斜率为 $\frac{1}{2}$, 又 $\therefore l_2 \parallel l_1, \therefore$ 直线 l_2 的斜率为 $\frac{1}{2}$, 设直线 l_2 的方程为 $y = \frac{1}{2}x + b$, 即 $x - 2y + 2b = 0$. $\therefore |MN| = 4$, 半径 $r = 3, \therefore$ 圆心 C 到直线 l_2 的距离为 $\sqrt{5}$.

\therefore 圆心 $C(3, 0)$ 到直线 $l_2: x - 2y + 2b = 0$ 的距离 $d = \frac{|3 + 2b|}{\sqrt{5}}, \therefore \frac{|3 + 2b|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$, 即 $|3 + 2b| = 5$, 解得 $b = 1$ 或 $b = -4$. 即直线 l_2 的方程为 $x - 2y + 2 = 0$ 或 $x - 2y - 8 = 0$.

23. 解: (1) 证明: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, AC = 4, BC = 5, \therefore AB^2 + AC^2 = BC^2, \therefore AC \perp AB$. 又 $PA \perp$ 平面 $ABC, ACC \subset$ 平面 $ABC, \therefore PA \perp AC$, 又 $PA \cap AB = A$,



$\therefore AC \perp$ 平面 PAB , 而 $PB \subset$ 平面 PAB ,

$\therefore AC \perp PB$.

(2) 存在, 且 G 是棱 PA 的中点.

证明如下:

在 $\triangle PAB$ 中, F, G 分别是 AB, PA 的中点,

$\therefore FG \parallel PB$.

同理可证: $DE \parallel PB, \therefore FG \parallel DE$.

又 $FG \not\subset$ 平面 $ADE, DE \subset$ 平面 ADE ,

$\therefore FG \parallel$ 平面 ADE .

24. 解: (1) 设平均日销售利润为 M , 则

$$M = \frac{(15 - 10) \times 165 + (35 - 10) \times 105 + 45 - 10 \times 75 + (50 - 10) \times 60 + 65 - 10 \times 15}{5}$$

$$= 165 + 5 \times 105 + 7 \times 75 + 8 \times 60 + 11 \times 15 = 1860.$$

(2) 依题意画出散点图, 根据点的分布特征, 可考虑以 $y = kx + b$ 作为刻画日销售量与销售单价之间关系的函数模型, 取其中的两组数据 $(45, 75), (65, 15)$ 代入 $y = kx + b$ 得:

$$\begin{cases} 75 = 45k + b, \\ 15 = 65k + b, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -3, \\ b = 210. \end{cases}$$

这样得到一个函数模型为 $y = -3x + 210 (10 \leq x \leq 70)$.

将其他已知数据代入上述解析式知, 它们也满足这个解析式, 即这个函数模型与已知数据的拟合程度较好, 这说明所求的函数解析式能较好地反映销售量与销售单价之间的关系.

(3) 设经营此商品的日销售利润为 P 元, 由 (2) 知,

$$P = xy - 10y$$

$$= x(-3x + 210) - 10(-3x + 210)$$

$$= -3(x - 40)^2 + 2700, (10 \leq x \leq 70)$$

\therefore 当 $x = 40$ 时, P 有最大值为 2700.

即当该商品的单价为每件 40 元时, 商场销售该商品的日销售利润最大, 为 2700 元.

数学综合 4

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	C	B	A	B	A	C
9	10	11	12	13	14	15	
C	D	A	B	D	C	B	

二、填空题

16. 45, 63

17. 7

18. 0.02

19. $a \geq 0$

三、解答题

20. 解: 易知 $P(-3, 3)$ 关于 x 轴的对称点 $P'(-3, -3)$, 设过 $P'(-3, -3)$ 的反射光线所在直线方程为 $y + 3 = k(x + 3)$, 则圆心 $(2, 2)$ 到反射光线所在直线的距离等于半径, 即 $1 = \frac{|2k - 2 + 3k - 3|}{\sqrt{1 + k^2}}$,

$$\text{解得 } k = \frac{3}{4} \text{ 或 } \frac{4}{3}.$$

所以光线 l 所在直线的斜率为 $-\frac{3}{4}$ 或 $-\frac{4}{3}$,

故所求光线 l 所在直线方程为 $3x + 4y - 3 = 0$ 或 $4x + 3y + 3 = 0$.

21. 解: (1) $\therefore a_1 = 50, d = -3$, 可得 $a_n = -3n + 53 (n \in \mathbf{N}^+)$,

若 $-3n + 53 < 0$, 解得 $n \geq 18$,

$\therefore n$ 的最小值是 18.

(2) $\therefore a_1 = 50, d = -3$, 可得 $S_n = \frac{-3n^2 + 103n}{2} > 0$, 解得 $n \leq 34$,

$\therefore n$ 的最大值为 34.

(3) $S_n = \frac{-3n^2 + 103n}{2}$, 当 $n = 17$ 时, S_n 最大, S_n 的最大值为 442.

22. 解: (1) $f(x) = \cos 2x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x (x \in \mathbf{R})$

$$= 2\cos(2x - \frac{\pi}{3}),$$

$$\therefore M = 2, T = \pi.$$

$$(2) f(x) = 2\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = 2, \therefore \cos(2x - \frac{\pi}{3}) = 1,$$

$$2x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi, (k \in \mathbf{R})$$

$$\text{则 } x_1 = \frac{\pi}{6}, x_2 = \frac{7\pi}{6}, x_3 = \frac{13\pi}{6}, x_4 = \frac{19\pi}{6}, \dots, x_{10} = \frac{55\pi}{6},$$

$$\therefore x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = \frac{140\pi}{3}.$$

23. 解: (1) 取 BC 中点 H , 连 FH, AH , 则 $FH \parallel \frac{1}{2}BD$,

又 $\frac{1}{2}BD \parallel AE$, 故 $FH \parallel AE$, 即四边形 $AEFH$ 是平行四边形. 所以 $EF \parallel AH$, 而 $AH \perp BC, AH \perp BD, BC$ 交 BD 于 B , 故 $AH \perp$ 平面 BCD , 即 $EF \perp$ 平面 BCD .

(2) 因为三角形 ABC 是等边三角形, 取 AB 中点 Q , 连 CQ , 则有 $CQ \perp AB$, 过 C 作 $CO \perp DE$ 交 DE 于 O , 连 QO , 则 $\angle COQ$ 就是面 CDE 与面 $ABDE$ 所成二面角的平面角, $\cos \angle COQ = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

24. 解: (1) 由已知 $A(-2, 0), B(0, 2)$, 故代入直线方程解得 $k = 1, b = 2$.

$$(2) f(x) > g(x) \Rightarrow x + 2 > x^2 - x - 6 \Rightarrow -2 < x < 4,$$

$$\frac{g(x) + 1}{f(x)} = \frac{(x - 3)(x + 2) + 1}{x + 2} = \frac{x - 3 + \frac{1}{x + 2}}{x + 2}$$

$$= x + 2 + \frac{1}{x + 2} - 5 \geq 2\sqrt{(x + 2) \cdot \frac{1}{x + 2}} - 5 = -3,$$

当且仅当 $x = -1$ 时等号成立,

$\therefore \frac{g(x) + 1}{f(x)}$ 的最小值是 -3 .

数学综合 5

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	C	B	B	C	C	D
9	10	11	12	13	14	15	
A	D	C	D	B	B	A	

二、填空题

16. -12

17. 50

18. 80

19. $\frac{2}{3}$

三、解答题

20. 解: (1) 16, 26.

(2) 甲运动员成绩: 12, 15, 24, 25, 31, 31, 36, 36, 37, 39, 44, 49, 50, 所以他的中位数是 36.

(3) $\frac{9}{11}$.

21. 解: (1) $f(x) = \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$.

化简可得 $f(x) = 2\cos(2x - \frac{\pi}{3}) + 2$.

(2) $T = \pi, f(x)_{\max} = 4, f(x)_{\min} = 0$.

22. 解: (1) 因为 MN 是三角形 ACD 的中位线, $MN \parallel CD$, $MN \notin$ 平面 BCD , $CD \subseteq$ 平面 BCD , 所以 $MN \parallel$ 平面 BCD .

(2) 已知 $AB \perp$ 平面 BCD , $ABC \subset$ 平面 ABC , 所以平面 $BCD \perp$ 平面 ABC .

(3) 因为 $AB \perp$ 平面 BCD , 所以 $\angle ACB$ 是直线 AC 与平面 BCD 所成的角且等于 $\frac{\pi}{6}$.

23. 解: (1) 圆 C 与 x 轴和 y 轴都相切, 所以圆 C 半径等于 2, 可得一般方程为 $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$.

(2) 设所求直线方程为 $x + y = a$, 利用圆心到直线距离等于半径可得 $2 = \frac{|4 - a|}{\sqrt{2}}$, 解得 $a = 4 \pm 2\sqrt{2}$.

\therefore 所求直线方程为 $x + y = 4 \pm 2\sqrt{2}$.

即 $x + y - 4 - 2\sqrt{2} = 0$ 或 $x + y - 4 + 2\sqrt{2} = 0$.

24. 解: (1) 由已知
$$\begin{cases} S_{10} = 10a_1 + \frac{10 \times 9}{2}d = \frac{125}{7}, \\ S_{20} = 20a_1 + \frac{20 \times 19}{2}d = -\frac{250}{7}, \end{cases}$$

解得 $a_1 = 5, d = -\frac{5}{7}$,

则 $S_n = -\frac{5n^2 - 75n}{14}$.

(2) 对于 $S_n = -\frac{5n^2 - 75n}{14}$ 可以看成关于 n 的二次函数, 当 $n = 7$ 或 8 时, S_n 最大.

吉林省 2013 ~ 2014 学年度高中必修课程复习与检测 · 数学

责任编辑: 于雷 吴冠宇

封面设计: 庄宝仁

版式设计: 长春大图视听文化艺术传播有限责任公司

出版发行: 长春出版社

业务电话: 0431-88563443

发行电话: 0431-88561180

编辑部电话: 0431-88527127

地址: 长春市建设街 1377 号

邮编: 130061

网址: www.cccbs.net

印刷: 长春惠天印刷有限责任公司

经销: 新华书店

开本: 787×1092 毫米 8 开

字数: 123 千字

印张: 5

版次: 2014 年 4 月第 5 版

印次: 2014 年 4 月第 1 次印刷

定价: 6.71 元

版权所有 盗版必究

如有印装质量问题, 请与印厂联系调换。 联系电话: 15043053748