

参考答案

数学试卷(一)

一、选择题(每小题3分,共24分)

1. C 2. C 3. D 4. A 5. C 6. B 7. B 8. A

二、填空题(每小题3分,共18分)

9. $x(x-1)(x+1)$ 10. $(\frac{300}{a} - \frac{300}{b})$ 11. 36 12. 0.5 13. (1, -4) 14. $\sqrt{3}$

三、解答题(本大题共10小题,共78分)

15. 原式 = $2+1-1+\frac{1}{4}=2\frac{1}{4}$.

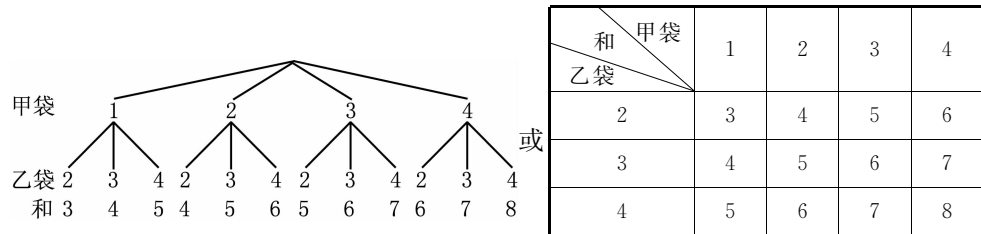
16. 设每辆甲种车满载时一次的运土量为 x 立方米, 每辆乙种车满载时一次的运土量为 y 立方米.

根据题意, 得
$$\begin{cases} 5x+4y=140, \\ 3x+2y=76. \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x=12, \\ y=20. \end{cases}$$

答: 每辆甲种车满载时一次的运土量为 12 立方米.

17.



$\therefore P(\text{两数和大于 } 5) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

18. (1) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle APB = 90^\circ$.

$\because OA = OP, \therefore \angle OPA = \angle A = 33^\circ$.

$\because \triangle COP$ 由 $\triangle AOP$ 沿 PO 翻折得到,

$\therefore \angle OPC = \angle OPA = 33^\circ$.

$\therefore \angle BPC = \angle APB - \angle OPA - \angle OPC = 90^\circ - 33^\circ - 33^\circ = 24^\circ$.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中, $\cos \angle PAB = \frac{AP}{AB}$,

又 $\because AP = 10, \angle PAB = 33^\circ$,

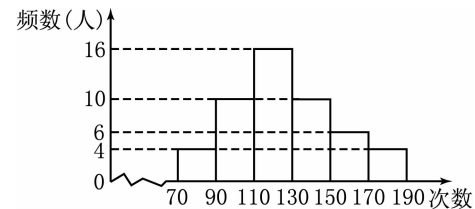
$\therefore AB = \frac{AP}{\cos 33^\circ} = \frac{10}{0.84} \approx 12$.

\therefore 直径 AB 的长约为 12.

19. (1) 补全的图形如图所示. 三.

(2) $\frac{50-4-10-16}{50} \times 260 = 104$ (人).

所以该校九年级女生“一分钟跳绳”成绩为优秀的约有 104 人.



20. (1) 将 $C(3, 3)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$, 得 $m = 9$.

$\therefore y = \frac{9}{x}$.

(2) $\because A(-3, 0), B(2, 0)$,

$\therefore AB = 5$.

在 $\square ABCD$ 中, $CD = AB = 5, AB \parallel CD$.

$\because C(3, 3)$,

$\therefore D(-2, 3)$.

\because 点 D' 与点 D 关于 x 轴对称,

$\therefore D'(-2, -3)$.

当 $x = -2$ 时, $y = -\frac{9}{2} \neq -3$,

\therefore 点 D' 不在该反比例函数图象上.

21. (1) 90.

(2) ① C.

② 当 $\angle BAC$ 是锐角时, $\alpha + \beta = 180^\circ$.

当点 D 在点 C 右侧时, 如图①.

\because 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$.

$\because AD = AE, \angle DAE = \angle BAC$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAE$.

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$.

$\therefore \angle ABD = \angle ACE$.

$\because \angle BAC = \alpha, \angle BCE = \beta$,

$\therefore \angle BCE = 2\angle ABD = \beta$.

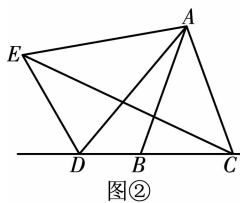
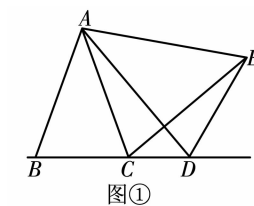
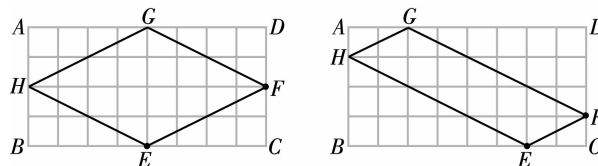
在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$.

$\therefore \alpha + \beta = 180^\circ$.

同理可证, 当点 D 在点 C 左侧时, 如图②.

$\alpha + \beta = 180^\circ$ 仍然成立.

22. 操作与探索: 作图如下:



在图②中, $EF=FG=GH=HE=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$,

∴ 四边形 $EFGH$ 的周长为 $8\sqrt{5}$.

在图③中, $EF=GH=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$, $FG=HE=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$,

∴ 四边形 $EFGH$ 的周长为 $2\times\sqrt{5}+2\times3\sqrt{5}=8\sqrt{5}$.

发现与应用: 10.

23. (1) 设每台 A 型设备每小时加工 m 个零件, 每台 B 型设备每小时加工 n 个零件.

根据题意, 得
$$\begin{cases} 2m+n=140, \\ 1.5m+1.5n=290-140. \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} m=40, \\ n=60. \end{cases}$$

∴ 每台 A 型设备每小时加工 40 个零件, 每台 B 型设备每小时加工 60 个零件.

∴ $a=290+(40\times 2+60)\times 2.5=640$.

(2) 当 $0\leq t\leq 1$ 时, $z=80t$.

当 $1<t\leq 2.5$ 时, $z=80+40(t-1)=40t+40$.

当 $2.5<t\leq 5$ 时, $z=140+80(t-2.5)=80t-60$.

(3) 设乙车间加工 w 个零件, 则 w 与 t 的函数关系式为 $w=60t$.

当 $1<t\leq 2.5$ 时, $40t+40=60t$, 解得 $t=2$.

当 $2.5<t\leq 5$ 时, $80t-60=60t$, 解得 $t=3$.

∴ 甲、乙两个车间加工的零件数量相等时 t 的值为 2 或 3.

24. (1) 由题意, 设抛物线所对应的函数关系式为 $y=a(x-2)^2+4$.

把 $(0, 0)$ 代入, 得 $a=-1$.

∴ $y=-(x-2)^2+4=-x^2+4x$.

(2) 当 $0<t\leq 1$ 时, $S=\frac{1}{2}\times 3t\cdot (2-t)=-\frac{3}{2}t^2+3t$.

当 $1<t\leq \frac{5}{3}$ 时,

$S=S_{\triangle MPB}+S_{\triangle BAP}+S_{\triangle MAB}$

$=\frac{1}{2}\times (4-3)\cdot (3t-3)+\frac{1}{2}\times 3\cdot (3t-3)+\frac{1}{2}\times 3\cdot (2-t)$

$=\frac{9}{2}t-3$.

(3) $0<t<2$ 或 $5-\sqrt{5}<t<4$.

数学试卷(二)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. A 2. C 3. D 4. C 5. C 6. D 7. A 8. B

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

9. $a(a+1)(a-1)$ 10. $100(1-x)^2=81$ 11. 9 12. $b<a<c$ 13. $3a$ 14. $2\frac{7}{8}$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $=x^2-2x+1-x^2+1=-2x+2$.

当 $x=\sqrt{2}-2$ 时, 原式 $=-2(\sqrt{2}-2)+2=6-2\sqrt{2}$.

16. ∵ PA 切 $\odot O$ 于 A , AB 是 $\odot O$ 的直径,

∴ $AB\perp AP$, ∴ $\angle OAP=90^\circ$.

∵ $\angle P=30^\circ$, ∴ $\angle AOC=60^\circ$.

∵ $OB=OC$, ∴ $\angle B=\frac{1}{2}\angle AOC=30^\circ$.

17. 在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\angle ADC=90^\circ$, ∴ $\sin A=\frac{CD}{AC}$.

∵ $AC=30$, $\angle A=18^\circ$, ∴ $CD=AC\cdot \sin 18^\circ=30\times 0.31=9.3(\text{cm})$.

答: CD 的长为 9.3cm.

18. (1) $42+33+25+6=106$.

所以各类不合格校车的总数是 106 台.

(2) $\frac{106}{848}\times 100\%=12.5\%$.

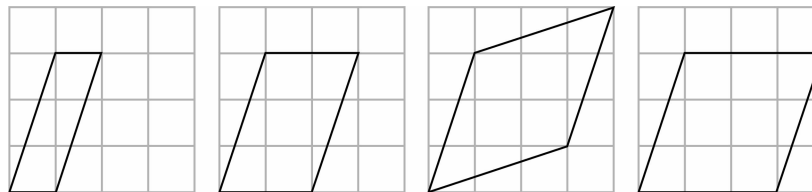
所以全市 848 台校车中不合格校车的百分比为 12.5%.

(3) $42\times 500+33\times 1\ 000+25\times 600+6\times 300=70\ 800$.

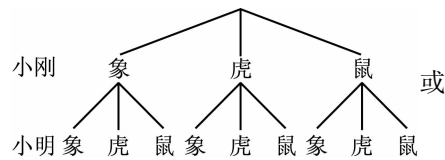
所以全市需要进行维修的不合格校车维修费总和为 70 800 元.

(4) 5.3%

19. 答案不唯一.



20. (1)



结果	小刚	象	虎	鼠
小明				
象		(象, 象)	(虎, 象)	(鼠, 象)
虎		(象, 虎)	(虎, 虎)	(鼠, 虎)
鼠		(象, 鼠)	(虎, 鼠)	(鼠, 鼠)

∴ $P(\text{小刚胜小明})=\frac{1}{3}$.

(2) ∵ $P(\text{小明胜小刚})=\frac{1}{3}$, $P(\text{小刚胜小明})=P(\text{小明胜小刚})$,

∴ 这个游戏对小刚和小明是公平的.

21. (1) 10, 40.

(2) 设直线 AB 所对应的函数关系式为 $y=k_1x+b_1$, 把 $A(0, 60)$, $B(3, 30)$ 代入,

得
$$\begin{cases} b_1=60, \\ 3k_1+b_1=30. \end{cases}$$
 解得
$$\begin{cases} k_1=-10, \\ b_1=60. \end{cases}$$

∴ $y=-10x+60$.

设直线 CD 所对应的函数关系式为 $y=k_2x+b_2$, 把 $C(4, 30)$, $D(7, 0)$ 代入,

$$\begin{cases} 4k_2+b_2=30, \\ 7k_2+b_2=0. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k_2=-10, \\ b_2=70. \end{cases}$$

$$\therefore y=-10x+70.$$

$$\therefore y=\begin{cases} -10x+60(0\leq x\leq 3), \\ 30(3<x\leq 4), \\ -10x+70(x<x\leq 7). \end{cases}$$

(3) 设直线 EF 所对应的函数关系式为 $y=k_3x+b_3$,

把 $E(5, 0)$, $F(6.5, 60)$ 代入,

$$\begin{cases} 5k_3+b_3=0, \\ 6.5k_3+b_3=60. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k_3=40, \\ b_3=-200. \end{cases} \therefore y=40x-200.$$

$$(-10x+70)-(40x-200)=10, \text{解得 } x=\frac{26}{5}.$$

$$(40x-200)-(-10x+70)=10, \text{解得 } x=\frac{28}{5}.$$

\therefore 小亮出发 $\frac{26}{5}$ 小时或 $\frac{28}{5}$ 小时与小明相距的路程为 10 千米.

22. 拓展: $\because CD \perp OM, CE \perp ON,$

$$\therefore \angle CDO = \angle CDA = \angle CEB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle MON = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $ODCE$ 是矩形.

$$\therefore \angle DCE = 90^\circ.$$

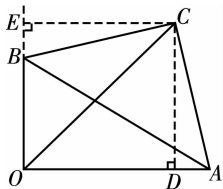
$$\therefore \angle BCD + \angle BCE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD + \angle ACD = 90^\circ. \therefore \angle ACD = \angle BCE.$$

$$\therefore OC \text{ 平分 } \angle MON, \therefore CD = CE.$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BEC. \therefore AD = BE.$$



应用: 如图, 过点 C 作 $CD \perp OA$ 于点 D , $CE \perp OB$ 交 OB 的延长线于点 E ,

由拓展, 得 $AD = BE$, 四边形 $ODCE$ 是矩形, $CD = CE$.

\therefore 矩形 $ODCE$ 是正方形. $\therefore CD = OD = OE$.

设 $AD = BE = x$, 则 $OD = OA - AD = 5 - x$, $OE = OB + BE = 3 + x$.

$$\therefore 5 - x = 3 + x. \therefore x = 1. \therefore CD = OD = 4.$$

在 $\text{Rt}\triangle ODC$ 中, $\angle CDO = 90^\circ$, $OC = \sqrt{OD^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$.

23. (1) 抛物线 C_1 所对应的函数关系式为 $y = -x^2 + 4x$.

抛物线 C_2 所对应的函数关系式为 $y = x^2 - 4x + 6$.

(2) \because 四边形 $ADPQ$ 是平行四边形,

$$\therefore PQ = AD = 4.$$

$$\therefore (x^2 - 4x + 6) - (-x^2 + 4x) = 4.$$

$$\text{解得 } x_1 = 2 - \sqrt{3}, x_2 = 2 + \sqrt{3}.$$

\therefore 点 P 的横坐标为 $2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}$.

(3) ① \because 点 $P(24, 4)$, $D(1, -1)$ 在直线 PD 上,

根据题意, 得直线 PD 所对应的函数关系式为 $y = 5x - 6$.

$$\therefore F\left(\frac{9}{5}, 3\right), \therefore AF = \frac{4}{5}.$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2}AF \cdot AD = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times 4 = \frac{8}{5}.$$

$$\textcircled{2} -6 \leq b \leq 2, 6 \leq b \leq 14.$$

24. (1) $\frac{1}{2}m^2$.

(2) 如图①, 过点 M 作 $ME \perp BC$ 于点 E , 延长 MN 交 AC 于点 G , 连结 QP 并延长, 交 BC 于点 F , 则 $FG \perp AC$, $QF \perp BC$.

设 MN 与 PQ 交于点 H .

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 4$.

$\because D$ 为 AC 中点, $\therefore AD = CD = \frac{1}{2}AC = 2$.

设 $BE = ME = x$, 则 $MG = CE = AG = 4 - x$.

$$\therefore DG = AG - AD = 4 - x - 2 = 2 - x.$$

由 $MG \parallel BC$, 得 $\frac{DG}{CD} = \frac{GN}{BC}$.

$$\therefore GN = 2DG = 4 - 2x.$$

又 $\because MG = MN + GN = m + 4 - 2x$,

$$\therefore 4 - x = m + 4 - 2x, \text{得 } m = x.$$

即 $ME = m$.

$$\therefore PF = FH - PH = ME - PH = ME - \frac{1}{2}MN = m - \frac{m}{2} = \frac{m}{2}.$$

当点 Q 落在 AC 上时, 如图②,

$$AC = PA + PC = PQ + PF = \frac{3}{2}m.$$

$$\therefore \frac{3}{2}m = 4, \text{解得 } m = \frac{8}{3}.$$

(3) 当点 N 在 AC 上时, $MN = m$, $DG = 2 - m$.

$$m = 2 + 2 - m, m = 2.$$

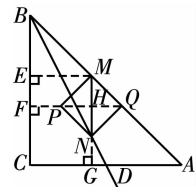
$$\text{当 } 0 < m \leq 2 \text{ 时, } S = \frac{1}{2}m^2.$$

当 $2 < m \leq \frac{8}{3}$ 时, 如图③,

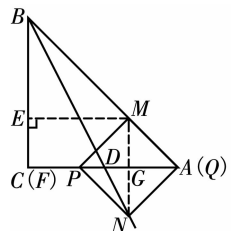
$$\therefore S = S_{\triangle E} - S_{\triangle SNT} = \frac{1}{2}m^2 - (2m - 4)^2 = -\frac{7}{2}m^2 + 16m - 16.$$

当 $\frac{8}{3} < m < 4$ 时, 如图④, $MG = 4 - m$.

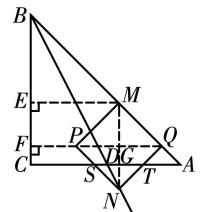
$$S = MG^2 = (4 - m)^2.$$



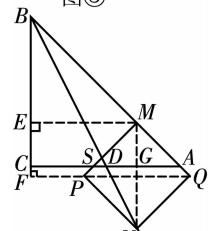
图①



图②



图③



图④

(4) P 到 BC 的距离为 $PF = \frac{m}{2}$.

当点 N 在 AC 上方时, N 到 AC 的距离为 $NG = 4 - 2m$,

$$\therefore \frac{m}{2} = 4 - 2m, m = \frac{8}{5}.$$

当点 N 在 AC 下方时, N 到 AC 的距离为 $NG = 2m - 4$,

$$\therefore \frac{m}{2} = 4 - 2m, m = \frac{8}{3}.$$

数学试卷(三)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. B 2. B 3. C 4. C 5. C 6. A 7. B 8. B

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

9. $a(2x+y)(2x-y)$ 10. 25 11. $-2 \leq x < 1$ 12. 100 13. $y = -2x - 2$ 14. 2

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= \frac{a}{a+2} - \frac{1}{a-1} \cdot \frac{(a-1)^2}{a+2} = \frac{a}{a+2} - \frac{a-1}{a+2} = \frac{1}{a+2}$.

当 $a = \frac{3}{2}$ 时, 原式 $= \frac{1}{\frac{3}{2} + 2} = \frac{2}{7}$.

16. 设每人每小时的绿化面积为 x 平方米. 根据题意,

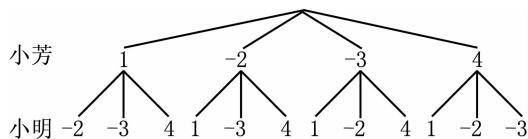
$$\text{得 } \frac{180}{6x} - \frac{180}{(6+2)x} = 3. \text{ 解得 } x = 2.5.$$

经检验, $x = 2.5$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 每人每小时的绿化面积为 2.5 平方米.

17. (1) $P(\text{小芳抽到负数}) = \frac{1}{2}$.

(2) 方法一: 画树状图如下:



$$\therefore P(\text{两人都抽到负数}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

方法二: 列举所有等可能的结果, 列表法如下:

	小明	1	-2	-3	4
小芳	1		(1, -2)	(1, -3)	(1, 4)
	-2	(-2, 1)		(-2, -3)	(-2, 4)
	-3	(-3, 1)	(-3, -2)		(-3, 4)
	4	(4, 1)	(4, -2)	(4, -3)	

$$\therefore P(\text{两人都抽到负数}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

18. $\because DE \parallel AB,$

$$\therefore \angle CAB = \angle ADE.$$

又 $\because \angle B = \angle DAE, AB = DA,$

$$\therefore \triangle BAC \cong \triangle ADE.$$

$$\therefore BC = AE.$$

19. 过点 O 作 $OF \perp DC$ 于点 F .

$$\because PA = 3, PB = 13.$$

$$\therefore AB = PB - PA = 13 - 3 = 10.$$

$$\therefore AO = OD = \frac{1}{2}AB = 5.$$

$$\therefore PO = PA + AO = 8.$$

在 $\text{Rt}\triangle POF$ 中, $\angle P = 30^\circ, \angle OFP = 90^\circ,$

$$\therefore OF = \frac{1}{2}PO = 4.$$

在 $\text{Rt}\triangle DOF$ 中, $DF = \sqrt{OD^2 - OF^2} = 3,$

$$\therefore CD = 2DF = 6.$$

20. 过点 C 作 $CD \perp AB$, 垂足为 D .

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$$\because \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5, \therefore AD = 5\sqrt{3}.$$

$$\because \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore BD = CD = 5.$$

$$\therefore BC = 5\sqrt{2}.$$

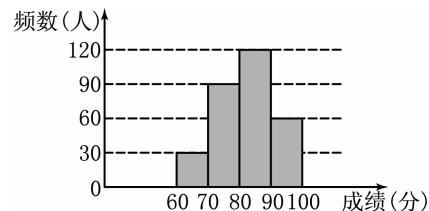
$$\therefore AC + BC - AB = 10 + 5\sqrt{2} - (5\sqrt{3} + 5) = 5 + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3}.$$

答: 汽车从 A 地到 B 地比原来少走 $(5 + 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3})$ 千米.

21. (1) 300

$$(2) m = 120, n = 0.3.$$

(3) 补全直方图如下:



(4) 1 200

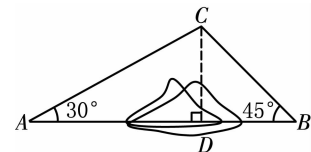
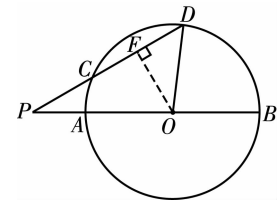
22. (1) $\because \angle ACB = 90^\circ, D$ 是 AB 的中点,

$$\therefore DC = DB = DA.$$

$$\therefore \angle B = \angle DCB.$$

又 $\because \triangle ABC \cong \triangle FDE,$

$$\therefore \angle FDE = \angle B.$$



∴ ∠FDE = ∠DCB.

∴ DG // BC.

∴ ∠AGD = ∠ACB = 90°.

∴ DG ⊥ AC.

又 ∵ DC = DA,

∴ G 是 AC 的中点.

∴ GC = $\frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$, $DG = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.

∴ $S_{\triangle DCG} = \frac{1}{2}CG \cdot DG = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$.

(2) $S_{\triangle DGH} = \frac{1}{2}S_{\triangle ADH} = \frac{75}{16}$.

23. (1) $y_2 = 60x^2$, $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$.

(2) 上午 9 点 $y_1 = 80$, $y_2 = 60$.

设需要开放 x 个普通售票口.

依题意, 得 $80x + 60 \times 5 \geq 1450$.

解得 $x \geq 14 \frac{3}{8}$.

∵ x 为整数, ∴ $x = 15$.

答: 至少需要开放 15 个普通售票窗口.

(3) 设 $y_1 = k_1x$, 把 (1, 80) 代入, 得 $80 = k_1$.

∴ $y_1 = 80x$, 当 $x = 2$ 时, $y_1 = 160$, 上午 10 点 $y_2 = y_1 = 160$.

由 (1) 得, 当 $x = \frac{3}{2}$ 时, $y_2 = 135$.

∴ 图②中一次函数过点 $(\frac{3}{2}, 135)$ 、 $(2, 160)$.

设线段所对应的函数关系式为 $y = k_2x + b$,

可得 $\begin{cases} \frac{3}{2}k_2 + b = 135, \\ 2k_2 + b = 160. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k_2 = 50, \\ b = 60. \end{cases}$

∴ 一次函数的表达式为 $y = 50x + 60$.

24. (1) -1. $a = -\frac{1}{m}$ (或 $am + 1 = 0$).

(2) ∵ $a \neq 0$,

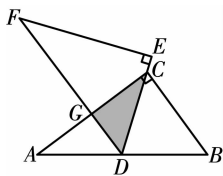
∴ $y = ax^2 + bx = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2}{4a}$.

∴ 顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2}{4a})$.

∵ 顶点在直线 $y = kx$ 上,

∴ $k(-\frac{b}{2a}) = -\frac{b^2}{4a}$.

∵ $b \neq 0$, ∴ $b = 2k$.



(3) ∵ 顶点 A_n 在直线 $y = x$ 上,

∴ 可设 A_n 的坐标为 (n, n) , 经过点 D_n 的抛物线的顶点坐标为 (t, t) .

由 (1) 和 (2) 可得, 经过点 D_n 的抛物线所对应的函数关系式为 $y = -\frac{1}{t}x^2 + 2x$.

∵ 四边形 $A_nB_nC_nD_n$ 是正方形, ∴ $D_n(2n, n)$.

∴ $-\frac{1}{t}(2n)^2 + 2 \times 2n = n$. ∴ $4n = 3t$.

∵ t, n 是正整数, 且 $t \leq 12, n \leq 12$,

∴ n 的值为 3 或 6 或 9.

∴ 满足条件的正方形边长为 3 或 6 或 9.

数学试卷(四)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. B 2. B 3. A 4. D 5. C 6. D 7. C 8. A

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

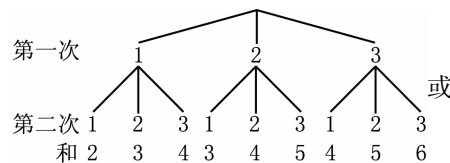
9. $(2a+3)(2a-3)$ 10. $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ 11. $(12a+8b)$ 12. 2 13. $\frac{15}{4}$ 14. 12

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 = $\frac{2b}{(a+b)(a-b)} + \frac{a-b}{(a+b)(a-b)} = \frac{a+b}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a-b}$.

当 $a=1, b=\frac{2}{3}$ 时, 原式 = $\frac{1}{1-\frac{2}{3}} = 3$.

16.



	和	第二次	1	2	3
第一次	1	2	3	4	5
	2	3	4	5	6
	3	4	5	6	6

∴ $P(\text{两次摸出球上的数字之和为偶数}) = \frac{5}{9}$.

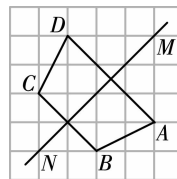
17. (1) $10 + 20 + 15 = 45$.

(2) $(8 \times 15 + 6 \times 24 + 4 \times 6) - (8 \times 10 + 6 \times 20 + 4 \times 15) = 28$.

答: 该班所有同学培训后的总分比培训前的总分提高了 28 分.

(3) 合格.

18. (1) 如图所示.



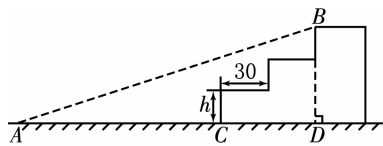
(2) $2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$.

19. (1) 如图所示构造 $Rt\triangle ABD$.

$$\therefore AD = AB \cdot \cos \angle BAD = 300 \times \cos 12^\circ \approx 300 \times 0.9781 = 293.43.$$

$$\therefore AC = AB - CD = 293.43 - 2 \times 30 \approx 233.4(\text{cm}).$$

答: AC 的长度约为 233.4cm.



(2) 在 $Rt\triangle ABD$ 中,

$$BD = AB \cdot \sin \angle BAD$$

$$= 300 \times \sin 12^\circ \approx 300 \times 0.2079 = 62.37.$$

$$\therefore h = \frac{1}{3}BD = \frac{1}{3} \times 62.37 \approx 20.8(\text{cm}).$$

答: 每级台阶的高度约为 20.8cm.

20. (1) 设第一批 T 恤衫每件进价 x 元.

$$\text{依题意, 得 } \frac{4500}{x} = \frac{4950}{x+9}.$$

解得 $x=90$.

经检验, $x=90$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 第一批 T 恤衫每件进价是 90 元.

(2) 设剩余的 T 恤衫每件售价 y 元.

$$\text{由(1)知, 第二批购进 } \frac{4950}{99} = 50(\text{件}).$$

$$\text{依题意, 得 } 120 \times 50 \times \frac{4}{5} + 50 \times \frac{1}{5}y - 4950 \geq 650.$$

解得 $y \geq 80$.

答: 剩余的 T 恤衫每件售价至少要 80 元.

21. (1) 甲车的速度为 $200 \div 2.5 = 80$ (千米/时).

(2) 设 $y_2 = kx + b$, 将 $(1.5, 140)$ 、 $(3.5, 0)$ 代入,

$$\text{得 } \begin{cases} 1.5k + b = 140, \\ 3.5k + b = 0. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -70, \\ b = 245. \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = -70x + 245.$$

$$(3) \frac{23}{16} \text{ 或 } \frac{9}{5}.$$

22. 感知: $\because \triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore BD = AB, BE = BC.$$

$$\therefore \angle CBE = \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE + \angle ABC = \angle ABD + \angle ABC.$$

$$\text{即 } \angle ABE = \angle DBC.$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DBC.$$

应用: $\because \triangle ABE \cong \triangle DBC$,

$$\therefore DC = AE, \angle BAE = \angle BDC.$$

$$\therefore \angle BDC + \angle CDA + \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle CDA + \angle DAB = 90^\circ.$$

$$\therefore CD \perp AE.$$

$$\therefore \text{四边形 } ACED \text{ 的面积} = \frac{1}{2}CD \cdot AE = \frac{1}{2}AE^2 = \frac{1}{2} \times 8^2 = 32.$$

拓展: 如图, 连结 DF 、 EG ,

由(2), 得 $DF = EG$, 且 $DF \perp EG$.

连结 GP 并延长交 AB 于点 H .

$$\therefore FG \parallel EP,$$

$$\therefore \angle GHE = 90^\circ, \angle EPH = \angle FGP = 45^\circ.$$

$$\therefore DE = 4,$$

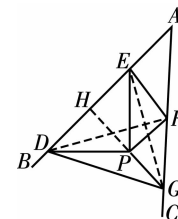
$$\therefore HE = HP = 2.$$

$$\therefore GH = GP + HP = 4.$$

在 $Rt\triangle EGH$ 中,

$$EG = \sqrt{GH^2 + HE^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\therefore \text{四边形 } DEFG \text{ 的面积} = \frac{1}{2}GE^2 = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{5})^2 = 10.$$



23. (1) 当点 M 落在 BC 上时, 如图①.

$$\therefore AP = PN,$$

$$\therefore AQ = QB = 2.$$

$$\therefore \angle NAB = 45^\circ,$$

$$\therefore PQ = AQ = 2.$$

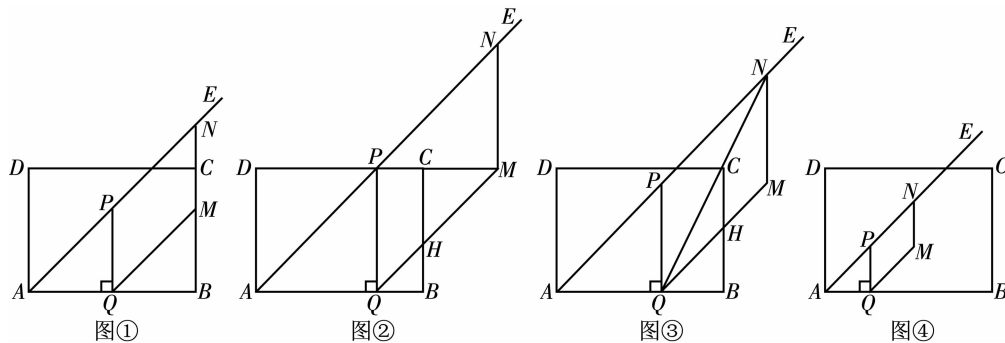
(2) 当点 C 落在 PM 上时, 如图②.

$$AQ = PQ, \text{ 即 } t = 3.$$

当点 C 落在 NQ 上时, 如图③.

$$BC = 2BQ, \text{ 即 } 2(4-t) = 3. \text{ 解得 } t = \frac{5}{2}.$$

综上, 当 $t_1 = \frac{5}{2}$, $t_2 = 3$ 时, 点 C 落在平行四边形 $PQMN$ 的对角线上.

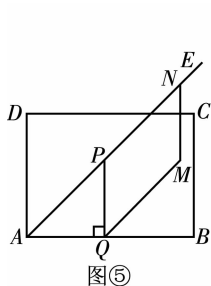


(3) 当 $0 < t \leq \frac{3}{2}$ 时, 如图④.

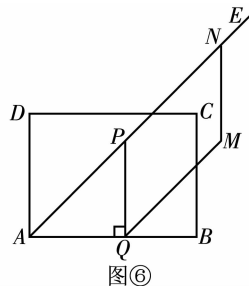
$$S = t^2;$$

当 $\frac{3}{2} < t \leq 2$ 时, 如图⑤.

$$S = t^2 - \frac{1}{2}(2t-3)^2 = -t^2 + 6t - \frac{9}{2};$$



图⑤



图⑥

当 $2 < t \leq 3$ 时, 如图⑥.

$$S = t(4-t) - \frac{1}{2} = -t^2 + 4t - \frac{1}{2}.$$

(4) $t_1 = 2, t_2 = 3, t_3 = \frac{7}{2}.$

24. (1) 将 $A(-5, 2), B(5, 12)$ 代入 $y = \frac{1}{5}x^2 + bx + c,$

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \times 25 - 5b + c = 2, \\ \frac{1}{5} \times 25 + 5b + c = 12. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b = 1, \\ c = 2. \end{cases}$$

$$\therefore y = \frac{1}{5}x^2 + x + 2.$$

(2) 设点 C 的坐标为 $(m, \frac{12}{5}m),$ 则点 N 的坐标为 $(-m, \frac{12}{5}m).$

将点 N 的坐标代入抛物线关系式,

$$\text{得 } \frac{12}{5}m = \frac{1}{5}m^2 - m + 2. \text{ 解得 } m = \frac{17 \pm \sqrt{249}}{2}.$$

\because 点 C 在线段 OB 上, \therefore 取 $m = \frac{17 - \sqrt{249}}{2}.$

\therefore 点 C 的横坐标为 $\frac{17 - \sqrt{249}}{2}.$

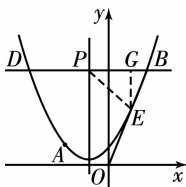
(3) ① 对称轴是直线 $x = -\frac{5}{2}.$

过点 E 作 $EG \perp BD$ 于点 $G,$ 连结 PE (如图).

$$\text{则 } PG = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 5, EG = 6.$$

$$\therefore \tan \angle BPE = \frac{6}{5}.$$

② $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{23}{2}.$



一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. B 2. C 3. D 4. A 5. D 6. B 7. B 8. A

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

9. 9 10. $m > n$ 11. 100 12. 2π 13. $(2, 0)$ 14. $\frac{4}{25}$

三、解答题(本大题共 10 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= \frac{(x-2)^2}{2x} \cdot \frac{x^2}{x(x-2)} + 1 = \frac{x-2}{2} + 1 = \frac{x}{2}.$

$\because x=0$ 或 $x=2$ 时, $x(x-2)=0, \therefore$ 只有 $x=1$ 合适.

当 $x=1$ 时, 原式 $= \frac{1}{2}.$

16. 设普通公路长为 x km, 则高速公路的长为 $2x$ km,

根据题意, 得 $\frac{x}{60} + \frac{2x}{100} = 2.2.$

解得 $x=60.$

经检验, $x=60$ 是原方程的解, 且符合题意.

$$2x = 2 \times 60 = 120.$$

答: 普通公路长为 60 km, 高速公路的长为 120 km.

17. (1) $P(\text{得到负数}) = \frac{1}{3}.$

(2)

第一次

第二次

第一次

第二次

第一次 \ 第二次	-1	1	2
-1	(-1, -1)	(-1, 1)	(-1, 2)
1	(1, -1)	(1, 1)	(1, 2)
2	(2, -1)	(2, 1)	(2, 2)

$$\therefore P(\text{得到数字相同}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

18. $\because \triangle ABC$ 的边 AB 的长不变,

\therefore 当 AB 边上的高最大时, $\triangle ABC$ 的面积最大, 此时点 C 落在优弧 AB 的中点处.

过 O 作 $OD \perp AB$ 于 $D,$ 延长 DO 交 $\odot O$ 于点 $C,$

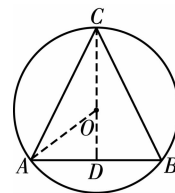
则 C 为优弧 AB 的中点. 连结 $AO.$

$$\text{则 } AD = DB = \frac{1}{2}AB = 4.$$

在 $Rt\triangle AOD$ 中, 由勾股定理, 可得 $OD = \sqrt{OA^2 - AD^2} = 3.$

$$\therefore CD = OD + CO = 8.$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 面积的最大值为 } \frac{1}{2}AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32.$$



19. 设 AD 的长为 x 米.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle ADC=90^\circ$, $\tan\angle DAC=\frac{CD}{AD}$, $CD=x \cdot \tan 70^\circ$.

同理, $BD=x \cdot \tan 35^\circ$.

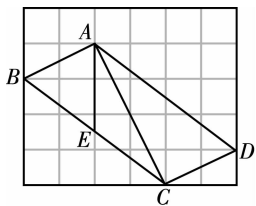
$\because BC=CD-BD$, $\therefore x \cdot \tan 70^\circ - x \cdot \tan 35^\circ = 50$.

$2.75x - 0.70x = 50$.

$x = \frac{50}{2.05}$, $x \approx 24.4$.

答: A 处与高楼的距离约为 24.4 米.

20. (1) 如图.



(2) $\sqrt{5}$.

(3) $\angle ADC$ (或 $\angle CAD$) $\sin\angle ADC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ (或 $\sin\angle CAD = \frac{\sqrt{5}}{5}$).

(4) $\frac{1}{2}$.

21. (1) 共调查的学生数 $40 \div 20\% = 200$ (人).

(2) 最喜爱丁类图书的学生数 $200 - 80 - 63 - 40 = 17$ (人).

最喜爱甲类图书的人数所占百分比 $80 \div 200 \times 100\% = 40\%$.

(3) 设男生人数为 x 人, 则女生人数为 $1.5x$ 人.

由题意, 得 $x + 1.5x = 1500 \times 20\%$.

解得 $x = 120$.

当 $x = 120$ 时, $1.5x = 180$.

答: 估计该校最喜爱丙类图书的女生约有 180 人, 男生约有 120 人.

22. (1) $\because AB=AC$, $\angle BAC=100^\circ$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = 40^\circ$.

由旋转, 得 $\angle EBC = 60^\circ$, $BC = BE$.

$\therefore \angle ABE = \angle ABC + \angle EBC = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ = \angle DAC$.

在 $\triangle ADC$ 与 $\triangle BEA$ 中, $AC = BA$, $\angle CAD = \angle ABE$, $AD = BE$,

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BEA$.

(2) $\because \triangle ADC \cong \triangle BEA$, $\therefore \angle EBA = \angle DAC$.

$\therefore \angle EBC + \angle ABC = \angle BAC$.

由旋转, 得 $\angle EBC = 90^\circ$.

$\because \angle BAC = 180^\circ - 2\angle ABC$,

$\therefore 90^\circ + \angle ABC = 180^\circ - 2\angle ABC$,

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$, $\therefore \angle BAC = 120^\circ$.

23. (1) $60 - x - y$.

(2) 由题意, 得 $900x + 1200y + 1100(60 - x - y) = 61000$.

整理, 得 $y = 2x - 50$.

(3) ① 由题意, 得 $P = 1200x + 1600y + 1300(60 - x - y) - 61000 - 1500$.

整理, 得 $P = 500x + 500$.

② 购进 C 型手机部数为 $60 - x - y = 60 - x - (2x - 50) = 110 - 3x$.

根据题意, 得 $\begin{cases} x \geq 8, \\ 2x - 50 \geq 8, \\ 110 - 3x \geq 8. \end{cases}$

解得 $29 \leq x \leq 34$.

$\because 500 > 0$,

$\therefore P$ 随 x 的增大而增大.

\therefore 当 x 取 34 时, P 有最大值, 最大值为 17500 元.

此时购进 A 型手机 34 部, B 型手机 18 部, C 型手机 8 部.

24. (1) $\because A(-5, -7)$, $B(5, c)$ 在直线 $y = x + m$ 上,

$\therefore \begin{cases} -7 = -5 + m, \\ c = 5 + m. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m = -2, \\ c = 3. \end{cases}$

\therefore 直线所对应的函数关系式为 $y = x - 2$.

$\because A(-5, -7)$, $B(5, 3)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 上,

$\therefore \begin{cases} -7 = 25a - 5b + 3, \\ 3 = 25a + 5b + 3. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = -0.2, \\ b = 1. \end{cases}$

\therefore 抛物线为 $y = -0.2x^2 + x + 3$.

(2) 当 $-5 < m \leq 3$ 时, $S = \frac{1}{2}(CF + DE) \times 2 = -\frac{2}{5}m^2 - \frac{4}{5}m + \frac{46}{5}$.

当 $3 < m < 5$ 时, $S = \frac{1}{2}(CF + DE) \times 2 = \frac{4}{5}m + \frac{4}{5}$.

(3) 当 $-5 < m \leq 3$ 时, $-\frac{1}{5}m^2 + 5 = -\frac{1}{5}m^2 - \frac{4}{5}m + \frac{21}{5}$, $m = -1$.

当 $3 < m < 5$ 时, $-\frac{1}{5}m^2 + 5 = \frac{1}{5}m^2 + \frac{4}{5}m - \frac{21}{5}$,

$m_1 = -1 + 2\sqrt{6}$, $m_2 = -1 - 2\sqrt{6}$ (舍).

综上, 当 $m = -1$ 或 $m = -1 + 2\sqrt{6}$ 时, 图形 M 为中心对称图形.

(4) $\frac{5-5\sqrt{5}}{2} < m \leq -2$ 或 $0 < m < 2$.

数学试卷(六)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. D 2. A 3. C 4. D 5. C 6. C 7. B 8. B

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

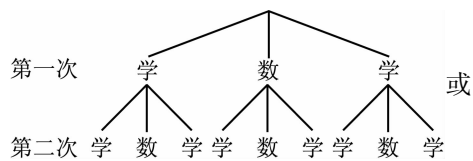
9. $4a^2 + 12a + 9$ 10. ② 11. $\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$ 12. 20 13. $\frac{9}{4}\pi$ 14. 2

三、解答题(本大题共 11 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= \frac{4}{a^2-4} - \frac{a+2}{a^2-4} = \frac{2-a}{(a+2)(a-2)} = -\frac{1}{a+2}$.

当 $a = -3$ 时, 原式 $= -\frac{1}{-3+2} = 1$.

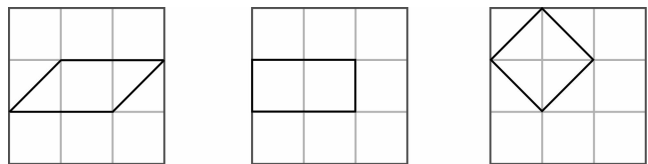
16.



第二次	学	数	学
第一次	学	数	学
学	(学, 学)	(数, 学)	(学, 学)
数	(学, 数)	(数, 数)	(学, 数)
学	(学, 学)	(数, 学)	(学, 学)

$\therefore P(\text{两次摸到的球上文字都是“学”}) = \frac{4}{9}$.

17.



图①

图②

图③

18. 设每袋牛奶 x 元, 每个面包 y 元.

根据题意, 得 $\begin{cases} 3x+4y=18, \\ 4x+5y=23. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=3. \end{cases}$

答: 每袋牛奶 2 元, 每个面包 3 元.

19. 过点 A 作 $AE \perp MN$ 于点 E , 过点 C 作 $CF \perp MN$ 于点 F ,

则 $EF = AB - CD = 1.7 - 1.5 = 0.2$.

在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中,

$\therefore \angle AEM = 90^\circ, \angle MAE = 45^\circ,$

$\therefore AE = ME$.

设 $AE = ME = x$, 则 $MF = x + 0.2, FC = 28 - x$.

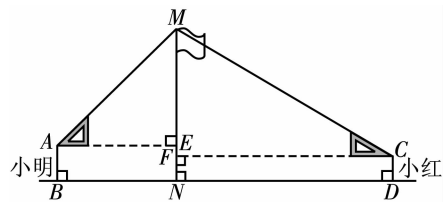
在 $\text{Rt}\triangle MFC$ 中, $\therefore \angle MFC = 90^\circ, \angle MCF = 30^\circ,$

$\therefore MF = CF \cdot \tan \angle MCF,$

$\therefore x + 0.2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(28 - x),$ 解得 $x \approx 10.12$.

$\therefore MN = ME + EN \approx 10.12 + 1.7 \approx 11.8$ (米).

答: 旗杆 MN 的高度约为 11.8 米.



20. (1) $\because CN \parallel AB, \therefore \angle DAM = \angle MCN$.

在 $\triangle AMD$ 和 $\triangle CMN$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAM = \angle MCN, \\ MA = MC, \\ \angle AMD = \angle CMN. \end{cases}$$

$\therefore \triangle AMD \cong \triangle CMN, \therefore AD = CN$.

又 $\because AD \parallel CN,$

\therefore 四边形 $ADCN$ 是平行四边形,

$\therefore CD = AN$.

(2) $\because AC \perp DN, \angle BAC = 30^\circ, AC = 2\sqrt{3},$

$\therefore AM = \sqrt{3}, DM = AM \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1$.

$\therefore S_{\triangle ADM} = \frac{1}{2} AM \cdot DN = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

\because 四边形 $ADCN$ 是平行四边形,

$\therefore S_{\text{四边形}ADCN} = 4S_{\triangle ADM} = 2\sqrt{3}$.

21. (1) 15

(2) “父母生日都记得”

(3) $50\,000 \times \frac{630}{1\,000} = 31\,500$ (人).

所以该市中学生“父母生日都记得”的人数约有 31 500 名.

22. (1) 由图, 得 $720 \div (9 - 3) = 120$ (米).

\therefore 乙工程队每天修公路 120 米.

(2) 当 $3 \leq x \leq 9$ 时, 设 $y_Z = kx + b$, 则 $\begin{cases} 3k + b = 0, \\ 9k + b = 720. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k = 120, \\ b = -360. \end{cases}$

$\therefore y_Z = 120x - 360$.

当 $x = 6$ 时, $y_Z = 360$.

当 $9 \leq x \leq 15$ 时, 设 $y_{甲} = kx$, 把 $(6, 360)$ 代入, 得 $360 = 6k, k = 60$.

$\therefore y_{甲} = 60x. \therefore y_{甲} = 60x = 720. \therefore x = 12$.

\therefore 施工 6 天或施工 12 天时, 甲、乙两个工程队所修公路的长度相等.

(3) 由(2), 得 $y_{甲} = 60x, \therefore$ 当 $x = 15$ 时, $y_{甲} = 900$.

\therefore 该公路总长为 $720 + 900 = 1\,620$ (米).

设需 x 天完成, 由题意, 得 $(120 + 60)x = 1\,620$.

解得 $x = 9$.

答: 该项工程由甲、乙两工程队一直合作施工, 需 9 天完成.

23. (1) $y = -x^2 + 2x - 3, y = -2x^2 + 4x, y = x^2 + 4x + 1$.

(2) 选 $y = -x^2 + 2x - 3, y = -(x-1)^2 - 2$.

$\therefore a = -1 < 0,$

$\therefore y$ 有最大值为 -2 .

选 $y = -2x^2 + 4x, y = -2(x-1)^2 + 2$.

$\therefore a = -2 < 0,$

$\therefore y$ 有最大值为 2 .

(3) 如 -2.5 . (满足 $-3 < m < -2$ 的任何值都可以)

(4) $-2 \leq x \leq 1$.

24. 初步猜想：直线 CD 是 $\triangle ABC$ 的黄金分割线。理由如下：

设 $\triangle ABC$ 的边 AB 上的高为 h 。

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AD \cdot h, S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}BD \cdot h, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot h,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD}{AB}, \frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD}{AB}.$$

又 \because 点 D 为边 AB 的黄金分割点，

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{BD}{AD}.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ADC}}.$$

\therefore 直线 CD 是 $\triangle ABC$ 的黄金分割线。

简单应用：

\because 三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分，

$$\text{此时 } S_1 = S_2 = \frac{1}{2}S. \text{ 即 } \frac{S_1}{S} \neq \frac{S_2}{S_1}.$$

\therefore 三角形的中线不可能是该三角形的黄金分割线。

深入探究：

$\because DF \parallel CE$,

$\therefore \triangle DEC$ 和 $\triangle FCE$ 的公共边 CE 上的高也相等。

$$\therefore S_{\triangle DEC} = S_{\triangle FCE}.$$

设直线 EF 与 CD 交于点 G 。

$$\therefore S_{\triangle DGE} = S_{\triangle FGC}.$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\text{四边形AFGD}} + S_{\triangle FGC} = S_{\text{四边形AFGD}} + S_{\triangle DGE} = S_{\triangle AEF}, S_{\triangle BDC} = S_{\text{四边形BEFC}}.$$

$$\text{又 } \because \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ABC}},$$

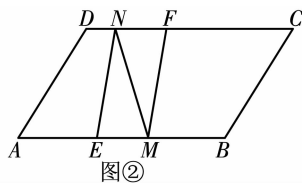
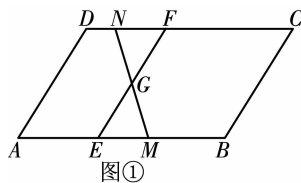
$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\text{四边形BEFC}}}{S_{\triangle ABC}}.$$

\therefore 直线 EF 也是 $\triangle ABC$ 的黄金分割线。

推广应用：画法不唯一，现提供两种画法：

画法一：如图①，取 EF 的中点 G ，再过点 G 作一条直线分别交 AB 、 DC 于点 M 、 N ，则直线 MN 就是 $\square ABCD$ 的黄金分割线。

画法二：如图②，在 DF 上取一点 N ，连结 EN ，再过点 F 作 $FM \parallel NE$ 交 AB 于点 M ，连结 MN ，则直线 MN 就是 $\square ABCD$ 的黄金分割线。



25. (1) $2, \frac{12}{5}$.

(2) 如图①， $EF \perp OB$ 时，

$$AC + CO = AO,$$

$$\frac{3}{5}t + t = 3, t = \frac{15}{8}.$$

如图②， $EF \perp AB$ 时，

点 C 与点 A 重合，即 $t = 3$ 。

(3) 过点 D 作 $DM \perp AO$ 于点 M 。

如图③，当点 F 在 EE' 上方时，

$$AM + CM + CO = AO,$$

$$\frac{3}{5}t + \frac{4}{5}t + t = 3, t = \frac{5}{4}.$$

如图④，当点 F 在 EE' 下方时，

$$AO + CM - AM = CO,$$

$$3 + \frac{4}{5}t - \frac{3}{5}t = t, t = \frac{15}{4}.$$

(4) 过点 E 作 $DN \perp AO$ 于点 N 。

如图⑤，当 $AD = CD$ 时， $AM = CM = \frac{3}{5}t$,

$$\therefore AM + CM + CO = AO,$$

$$\therefore \frac{3}{5}t + \frac{3}{5}t + t = 3, t = \frac{15}{11}.$$

$\therefore EE' = 2EG = 2ON$ ，点 E 是 CD 的中点，

$$\therefore CN = \frac{1}{2}CM = \frac{1}{2}AM = \frac{3}{10}t.$$

$$\therefore ON = CN + CO = \frac{3}{10}t + t = \frac{39}{22}. \therefore EE' = 2ON = \frac{39}{11}.$$

如图⑥，当 $AD = AC = t$ 时，

$$\therefore AC + CO = AO, \therefore t + t = 3, t = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore CN = \frac{1}{2}CM = \frac{1}{5}t.$$

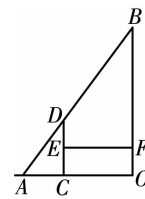
$$\therefore ON = CN + CO = \frac{1}{5}t + t = \frac{9}{5}.$$

$$\therefore EE' = 2ON = \frac{18}{5}.$$

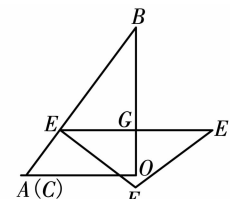
如图⑦，当 $AC = CD$ 时， $AM = \frac{3}{5}t$,

$$\therefore \cos \angle A = \frac{\frac{1}{2}AD}{AC} = \frac{\frac{1}{2}t}{3-t} = \frac{3}{5}, t = \frac{18}{11}.$$

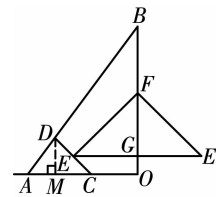
$$\therefore ON = CN + CO = \frac{201}{110}, \therefore EE' = 2ON = \frac{201}{55}.$$



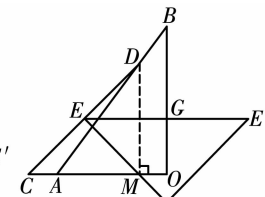
图①



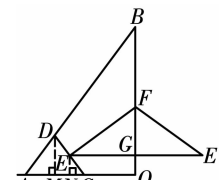
图②



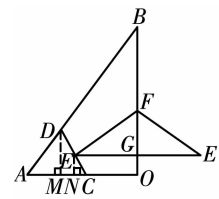
图③



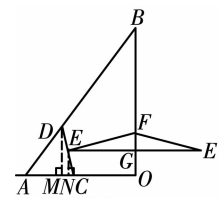
图④



图⑤



图⑥



图⑦

数学试卷(七)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. C 2. A 3. B 4. D 5. D 6. C 7. A 8. D

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

9. $2x(x-2)$ 10. $(am+bn)$ 11. $\frac{4}{5}$ 12. $\frac{5}{3}\pi$ 13. 6 14. $-2 \leq k \leq \sqrt{2}-1$

三、解答题(本大题共 11 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= \frac{(x-1)+1}{x(x-1)} = \frac{x}{x(x-1)} = \frac{1}{x-1}$, 当 $x=3$ 时, 原式 $= \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$.

16. 设甲的面积为 x , 则乙的面积为 $(x+24)$.

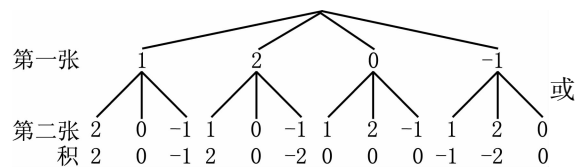
根据题意, 得 $x+(x+24)=42$.

解得 $x=9$.

乙的面积为 $9+24=33$.

答: 甲的面积为 9, 乙的面积为 33.

17.



积	第一张	1	2	0	-1
第二张	1	1	2	0	-1
	2	2	2	0	-2
	0	0	0	0	0
	-1	-1	-2	0	

$\therefore P(\text{抽到卡片上印有的数字积为 } 0) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

18. (1) ON 与 $\odot A$ 相切, 理由如下:

过点 A 作 $AF \perp ON$ 于点 F .

$\because \odot A$ 与 OM 相切于点 B ,

$\therefore AB \perp OM$.

$\because OC$ 平分 $\angle MON$,

$\therefore AF = AB = 2$.

$\therefore ON$ 与 $\odot A$ 相切.

(2) $\because \angle MON = 60^\circ$, $AB \perp OM$,

$\therefore \angle OEB = 30^\circ$.

$\because AF \perp ON$,

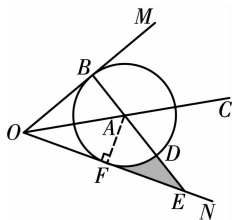
$\therefore \angle FAE = 60^\circ$.

在 $Rt\triangle AEF$ 中, $\angle AFE = 90^\circ$,

$$\tan \angle FAE = \frac{FE}{AF},$$

$\therefore EF = AF \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}$.

$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle AEF} - S_{\text{扇形}ADF} = \frac{1}{2} AF \cdot EF - \frac{60}{360} \pi \cdot AF^2 = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi.$$



19. 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=BC$, $\angle BEF = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle DEF = 40^\circ$, $\therefore \angle AEB = 180^\circ - \angle DEF - \angle BEF = 50^\circ$.

在 $Rt\triangle AEB$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 3$,

$$\sin \angle AEB = \frac{AB}{BE},$$

$$\therefore BE \approx \frac{3}{0.76} \approx 3.9.$$

有折叠可得 $BC = BE$.

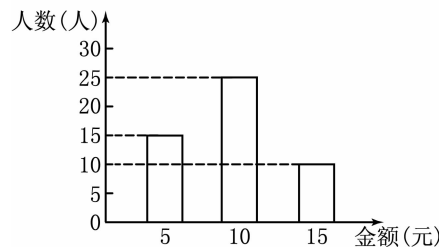
$\therefore AD = BE = 3.9$.

$\therefore AD$ 的长约为 3.9.

20. (1) 该班人数 $\frac{15}{30\%} = 50$ (人). 所以该班有 50 人.

(2) 条形统计图如图:

九年级某班学生捐款情况条形统计图



(3) $\frac{1}{50} \times (5 \times 15 + 10 \times 25 + 15 \times 10) \times 1000 = 9500$ (元).

答: 估计该校九年级学生共捐款约 9500 元.

21. (1) 连结 CE .

\because 点 E 为 $Rt\triangle ACB$ 的斜边 AB 的中点,

$$\therefore CE = \frac{1}{2} AB = AE.$$

$\because \triangle ACD$ 是等边三角形, $\therefore AD = CD$.

又 $\because DE = DE$,

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE.$$

$\therefore \angle ADE = \angle CDE = 30^\circ$.

$\therefore \angle DCB = 150^\circ$,

$\therefore \angle EDC + \angle DCB = 180^\circ$.

$\therefore DE \parallel CB$.

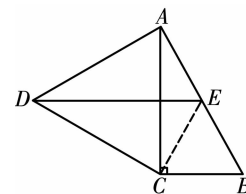
(2) $\because \angle DCB = 150^\circ$, 若四边形 $DCBE$ 是平行四边形,

则 $DC \parallel BE$, $\angle DCB + \angle B = 180^\circ$.

$\therefore \angle B = 30^\circ$.

在 $Rt\triangle ACB$ 中, $AC = \frac{1}{2} AB$.

\therefore 当 $AC = \frac{1}{2} AB$ 时, 四边形 $DCBE$ 是平行四边形.



22. (1) 喷灌车速度 $\frac{10}{1}=10(\text{km/h})$.

公交车的速度 $\frac{20}{0.8}=25(\text{km/h})$.

(2) 两辆车在途中相遇时的时间 $t=\frac{4}{7}$, $t=\frac{8}{5}$.

(3) 当两车之间距离小于 1km 时, t 的取值范围:

$$\frac{19}{35} < t < \frac{3}{5}, \frac{39}{25} < t < \frac{5}{3}, 2.5 < t \leq 2.6.$$

23. 感知: $\because AB \perp l, DF \perp l,$

$$\therefore \angle ABC = \angle CFD = 90^\circ.$$

又 \because 在正方形 $ACDE$ 中, $\angle ACD = 90^\circ, AC = CD,$

$$\therefore \angle ACB + \angle DCF = \angle CAB + \angle ACB = 90^\circ, \text{ 即 } \angle CAB = \angle DCF.$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CFD.$$

应用 1: 由感知易得, $\triangle ABC \cong \triangle CFD.$

$$\therefore BC = FD, AB = CF.$$

$$\because AB = 6, DF = 2, \therefore BF = CF - BC = AB - FD = 4.$$

应用 2: $\frac{1}{3}.$

24. (1) 由抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 1), C(2, 4),$

$$\text{得 } \begin{cases} c = 1, \\ -\frac{1}{4} \times 2^2 + 2b + c = 4. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} b = 2, \\ c = 1. \end{cases}$$

\therefore 抛物线对应的函数关系式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 1.$

(2) 当 $t = 1$ 时, P 点坐标为 $(1, 1), \therefore Q$ 点坐标为 $(2, 0).$

当 $t = 4$ 时, P 点坐标为 $(2, 3), \therefore Q$ 点坐标为 $(5, 0).$

(3) 当 $0 < t \leq 2$ 时, $S = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{4}t^2 + 2t + 1 - 1 \right) \times 1 = -\frac{1}{8}t^2 + t.$

当 $2 < t \leq 5$ 时, $S = \frac{1}{2} (5 - t)(2 + t - 2 + 1 - 2) = -\frac{1}{2}t^2 + 3t - \frac{5}{2}.$

当 $t = 3$ 时, S 的最大值为 2.

25. (1) 正方形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD, \therefore \angle EA'A = \angle FAA'.$

\because 直线 EF 是线段 AA' 的中垂线,

$$\therefore \angle A'PE = \angle APF = 90^\circ.$$

$$\therefore AP = A'P, AE = A'E.$$

$$\therefore \triangle AFP \cong \triangle A'EP.$$

$$\therefore AF = A'E.$$

且 $AF \parallel A'E,$

\therefore 四边形 $AEA'F$ 为平行四边形.

$\because AE = A'E, \therefore$ 四边形 $AEA'F$ 为菱形.

(2) 当 $0 < t < 4$ 时, 重叠部分图形为五边形.

当 $4 \leq t < 4 + 4\sqrt{2}$ 时, 重叠部分图形为四边形.

当 $t \geq 4 + 4\sqrt{2}$ 时, 重叠部分图形为三角形.

(3) ① 点 M 在 $C-D$ 运动时, $A'D = t, MC = 2t, A'D + MC = CD, 2t + t = 4, t = \frac{4}{3}.$

点 M 在 $D-C$ 运动时, $A'D = t, MD = 2t - 4, MD = A'D, 2t - 4 = t, t = 4.$

运动过程中点 A', M 相遇时的 t 的值为 $t = \frac{4}{3}, t = 4.$

② 线段 MN 所在直线垂直于线段 AA' 所在直线时的 t 值为 $t = 1, t = 3, t = 5, t = 7,$
 $t = 4 + 2\sqrt{6}.$

数学试卷(八)

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. C 2. D 3. C 4. D 5. C 6. B 7. A 8. C

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

9. 0 10. 90 11. π 12. $120 - 27a$ 13. $>$ 14. $x = 3$

三、解答题(本大题共 11 小题, 共 78 分)

15. 原式 $= \frac{a^2}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a+1}{a} = \frac{a}{a-1}.$

当 $a = 2$ 时, 原式 $= \frac{2}{2-1} = 2.$

16. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ,$

\because 斜坡 AB 的坡度 $i = 1 : \sqrt{3},$

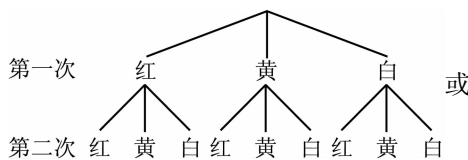
$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\therefore \frac{5}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$\therefore AC = 5\sqrt{3}(\text{米}).$

答: AC 的长为 $5\sqrt{3}$ 米.

17.



结果	第一次	红	黄	白
第二次	红	(红, 红)	(黄, 红)	(白, 红)
第二次	黄	(红, 黄)	(黄, 黄)	(白, 黄)
第二次	白	(红, 白)	(黄, 白)	(白, 白)

$$\therefore P(\text{两次摸出的小球颜色相同}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

18. \because 点 $B(2, -3)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$$\therefore -3 = \frac{k}{2}, \therefore k = -6.$$

\therefore 双曲线对应的函数关系式是 $y = -\frac{6}{x}$.

$$\therefore AC = \frac{3}{2},$$

\therefore 当 $x = -\frac{3}{2}$ 时, 由 $y = -\frac{6}{x}$,

得 $y = 4$. \therefore 点 A 的坐标是 $(-\frac{3}{2}, 4)$.

\therefore 点 $A(-\frac{3}{2}, 4)$ 、 $B(2, -3)$ 都在直线 $y = mx + n$ 上,

$$\text{得} \begin{cases} -\frac{3}{2}m + n = 4, \\ 2m + n = -3. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m = -2, \\ n = 1. \end{cases}$$

\therefore 直线对应的函数关系式是 $y = -2x + 1$.

19. 连结 OD 交 AB 于点 G .

$\because EF$ 为 $\odot O$ 切线, $\therefore OD \perp EF$,

$\because D$ 是 \widehat{AB} 的中点, OD 为半径,

$\therefore AG = BG, OD \perp AB, \therefore AB \parallel EF$.

又 $\because CA$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore AB \perp BC, \therefore CE \perp EF$.

在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中,

$\because CE = 6, EF = 8, \therefore CF = 10$.

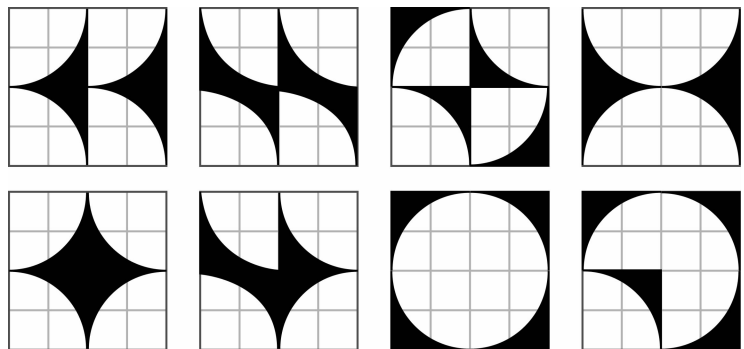
设半径 $OC = OD = r$, 则 $OF = 10 - r$.

$$\because \sin F = \frac{OD}{OF} = \frac{CE}{CF},$$

$$\therefore \frac{r}{10-r} = \frac{6}{10}.$$

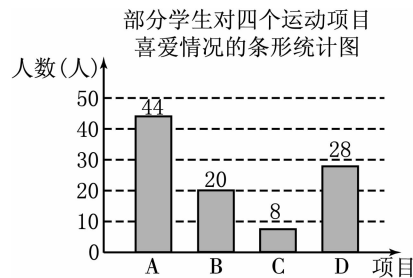
$\therefore r = \frac{15}{4}$. 即 $\odot O$ 的半径为 $\frac{15}{4}$.

20. 答案不唯一, 以下答案供参考.

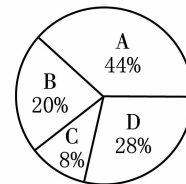


21. (1) 100.

(2) B 组人数 $44 \div 44\% \times 20\% = 20$ (人).



部分学生对四个运动项目喜爱情况的扇形统计图



(3) $1200 \times 44\% = 528$ (人), 所以全校最喜欢乒乓球的人数大约是 528 人.

22. (1) 甲、乙每小时分别加工 60 个和 50 个零件.

(2) 图象略. 提示: 甲的图象, 即 $y = 60x (0 \leq x \leq 8)$.

乙的图象, 即 $y = 50x (0 \leq x \leq 2)$,

$y = 100 (2 < x \leq 2.8)$,

$y = 100x - 180 (2.8 < x \leq 4.8)$,

$y = 300 (4.8 < x \leq 5.6)$,

$y = 100x - 260 (5.6 < x \leq 7.6)$,

$y = 500 (7.6 < x \leq 8)$.

(3) 4.5, 5, 8.5.

23. (1) 把点 $A(-4, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$,

$$\text{得} \begin{cases} 8 - 4b + c = 0, \\ 2 + 2b + c = 0. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} b = 1, \\ c = -4. \end{cases}$$

\therefore 抛物线的函数关系式为 $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$.

(2) 连结 AC , 如图.

设直线 AC 的函数关系式为 $y = kx + b$,

把点 $A(-4, 0)$ 、 $C(0, -4)$ 代入,

得 $y = -x - 4$.

作 $DF \perp x$ 轴于点 F , 交 AC 于点 G ,

\therefore 点 D 的横坐标为 m ,

$$\therefore DG = -\frac{1}{2}m^2 - 2m.$$

$$S = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle ACB}$$

$$= S_{\triangle ADG} + S_{\triangle DGC} + S_{\triangle ACB}$$

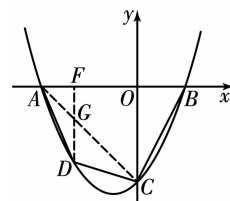
$$= \frac{1}{2}DG \cdot AO + \frac{1}{2}AB \cdot OC$$

$$= -m^2 - 4m + 12 = -(m+2)^2 + 16.$$

$\therefore S$ 的最大值是 16.

当点 D 与点 A 或点 C 重合时, $S = 12$.

$\therefore 12 < S \leq 16$.



(3) 当 $-(m+2)^2+16=13$ 时,

$$m_1 = -2 - \sqrt{3}, m_2 = -2 + \sqrt{3}.$$

∴ 点 D 的横坐标为 $m_1 = -2 - \sqrt{3}, m_2 = -2 + \sqrt{3}$.

25. (1) (4, 4), 24.

(2) ∵ 四边形 CDEF 为正方形,

$$\therefore DE = CD = 2t.$$

∵ A(12, 0), M 为 OA 中点,

$$\therefore M(6, 0), E(6+t, 2t).$$

当点 $E(6+t, 2t)$ 落在直线 $y = -\frac{1}{2}x + 6$ 上时, 则 $2t = -\frac{1}{2}(6+t) + 6$,

$$\therefore t = \frac{6}{5}.$$

点 F 能与点 B 重合, 理由如下:

∵ $F(6-t, 2t)$, 当点 F 落在直线 $y = x$ 上时, 则 $2t = 6-t$,

$$\therefore t = 2.$$

$$\therefore F(4, 4).$$

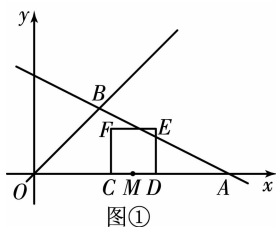
∴ 当 $t = 2$ 时, 点 F 与点 B 重合.

(3) 如图①, 当 $\frac{6}{5} < t < 2$ 时,

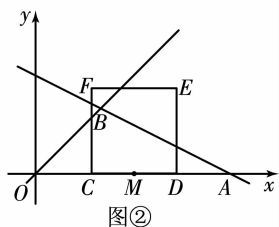
$$S = (2t)^2 - \left(\frac{5}{2}t - 3\right)^2 = -\frac{9}{4}t^2 + 15t - 9.$$

如图②, 当 $2 < t < 6$ 时,

$$S = 24 - \frac{1}{2}(6-t)^2 - \frac{1}{4}(6-t)^2 = -\frac{3}{4}(t-6)^2 + 24.$$



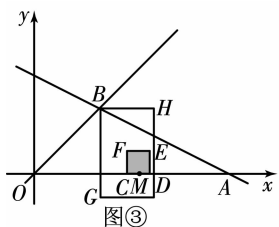
图①



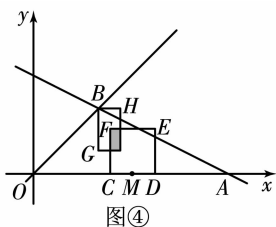
图②

(4) $0 < t < \frac{3\sqrt{2}}{8}$ 或 $\frac{5}{4} < t < 2$ 或 $2 < t < \frac{11}{4}$.

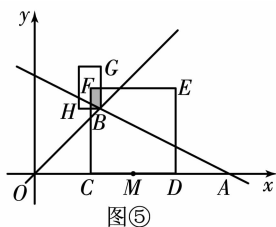
提示: 如图③~⑤, 分别是重叠部分图形面积为 $\frac{9}{8}$ 时的情况, 结合重叠部分图形面积的变化趋势, 可得相应的 t 的取值范围.



图③



图④



图⑤

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. A 2. D 3. B 4. C 5. D 6. C 7. C 8. D

二、填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

9. $x > \frac{2}{3}$ 10. 0 11. $3\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$ 12. 6 13. 甲 14. $m > -1$

三、解答题(本大题共 11 小题, 共 78 分)

15. 原式 = $\frac{x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{1}{x+1}$.

当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, 原式 = $\frac{1}{-\frac{1}{2}+1} = 2$.

16. 由题得 $AB \perp BC, DC \perp BC, DE \perp AB, DE = BC = 9, CD = EB = 1.5$.

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $\angle AED = 90^\circ, \angle ADE = 40^\circ$,

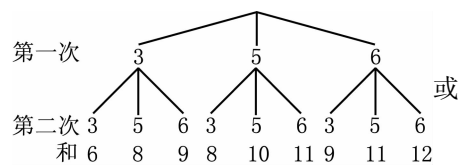
$$\tan \angle ADE = \frac{AE}{DE}, AE = DE \cdot \tan 40^\circ.$$

$$\therefore AE = 9 \times 0.84 = 7.56 \text{ (米)}.$$

$$\therefore AB = 7.56 + 1.5 = 9.06 \approx 9.1 \text{ (米)}.$$

答: 旗杆 AB 的高约为 9.1 米.

17.



	第一次	3	5	6
和	第二次	6	8	9
	3	8	10	11
	5	9	11	12
	6			

$$\therefore P(\text{和大于 } 8) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

18. 设甲、乙两件服装的进价分别是 x 元、y 元.

根据题意, 得 $\begin{cases} x+y=600, \\ 1.5x \times 0.8 - x + 1.5y \times 0.7 - y = 90. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=400, \\ y=200. \end{cases}$

答: 甲、乙两件服装的进价分别是 400 元、200 元.

19. 如图, 连结 OB 交 AC 于点 D.

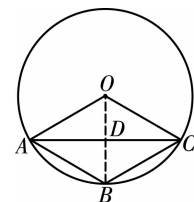
∵ 四边形 OABC 是菱形,

$$\therefore OB \perp AC, OD = DB = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}OA, AD = CD = \frac{1}{2}AC = 3.$$

在 $Rt\triangle AOD$ 中, $AO^2 = \left(\frac{1}{2}OA\right)^2 + 3^2$.

解得 $OA = 2\sqrt{3}, OA = -2\sqrt{3}$ (不符合题意, 舍去).

∴ 菱形的边长为 $2\sqrt{3}$.



20. (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle C=90^\circ, AC=4, AB=5, \therefore BC=3$.

$\because \triangle ABC \cong \triangle FED, \therefore DE=CB=3$.

(2) $\because \angle C=\angle EDF=90^\circ, \angle ABC=\angle EBD,$

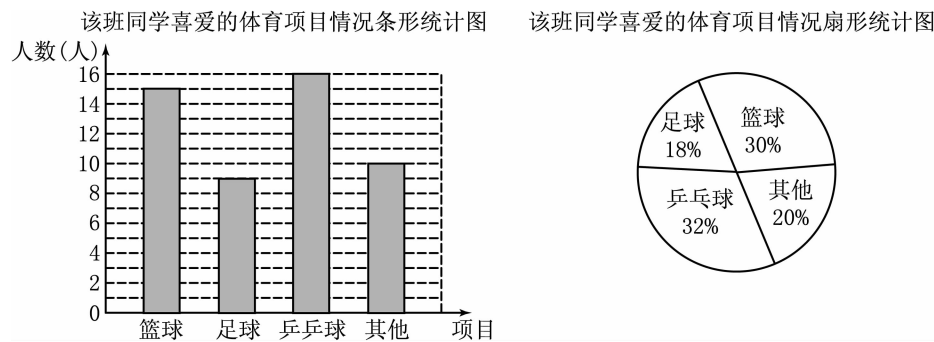
$\therefore \triangle ABC \sim \triangle EBD$.

又 $\because \frac{DE}{AC}=\frac{3}{4},$

$\therefore \triangle BDE$ 与 $\triangle BCA$ 的面积之比的比值为 $\frac{9}{16}$.

21. (1) 50.

(2) 补全统计图如下:



(3) 因为 $1\ 500 \times 20\% = 300$ (人),

所以在全校 1 500 名学生中, 喜欢“其他”项目的学生约有 300 人.

22. (1) 方案 1: 作 AC 边的中点 D , 在 AB 上任取一点 E (与点 A 、 B 不重合), 将 $\triangle AED$ 沿 DE 剪下后, 绕点 D 旋转至 $\triangle CFD$, 则四边形 $BCFE$ 即为所求作的梯形;

方案 2: 作腰 AC 上的高 BD , 将 $\triangle BCD$ 沿 BD 剪下, 翻转至 $\triangle DEB$, 则四边形 $ABED$ 即为所求作的梯形;

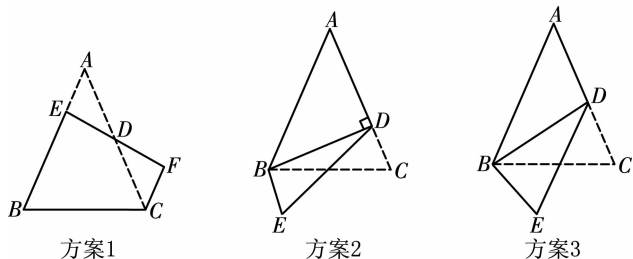
方案 3: 作 $\angle ABC$ 的角平分线 BD , 将 $\triangle BCD$ 沿 BD 剪下, 翻转至 $\triangle DEB$, 则四边形 $ABED$ 即为所求作的梯形.

(2) 在方案 1 中, 由 $\triangle AED \cong \triangle CED$, 得 $CF=AE$.

\because 梯形 $BCFE$ 是等腰梯形,

$\therefore EF=BC=10$.

\therefore 四边形 $BCFE$ 的周长为 $10+10+13=33$.



23. (1) $\because \frac{450}{3}=150$ (元),

\therefore 当租赁时间不超过 3 天时, 每日租金为 150 元.

(2) 当 $6 \leq x \leq 9$ 时, 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b$.

\because 图象经过 $(6, 810)$ 、 $(9, 1\ 440)$,

$$\therefore \begin{cases} 6k+b=810, \\ 9k+b=1\ 440. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k=210, \\ b=-450. \end{cases}$$

\therefore 当 $6 \leq x \leq 9$ 时, y 与 x 的函数关系式为 $y=210x-450$.

(3) 设乙租这款汽车 a 天, 则甲租 $(9-a)$ 天.

\because 甲租的天数少于 3 天,

$\therefore 0 \leq 9-a < 3. \therefore 6 < a \leq 9$.

根据题意, 得 $(210a-450)-150(9-a)=720$.

解得 $a=7$.

\therefore 乙租这款汽车 7 天.

24. (1) $\because OD$ 平分 $\angle AOC$,

$\therefore \angle AOD = \angle DOC$.

\because 四边形 $AOCB$ 是矩形,

$\therefore AB \parallel OC$.

$\therefore \angle ADO = \angle DOC$.

$\therefore \angle AOD = \angle ADO$.

$\therefore OA = AD$.

\therefore 点 D 的坐标为 $(4, 4)$.

(2) 将点 $A(0, 4)$ 、 $C(5, 0)$ 代入抛物线 $y=\frac{4}{5}x^2-bx+c$ 中,

得 $b=\frac{24}{5}, c=4$.

$\therefore y=\frac{4}{5}x^2-\frac{24}{5}x+4$.

(3) ① 设 $P(t, \frac{4}{5}t^2-\frac{24}{5}t+4)$, 直线 AC 所对应的函数关系式为 $y=kx+b$.

将 $A(0, 4)$ 、 $C(5, 0)$ 代入, 得 $\begin{cases} b=4, \\ 5k+4=0. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=-\frac{4}{5}, \\ b=4. \end{cases}$

\therefore 直线 AC 所对应的函数关系式为 $y=-\frac{4}{5}x+4$.

$\because MP \parallel y$ 轴,

$\therefore M(t, -\frac{4}{5}t+4)$.

$\therefore MP = -(\frac{4}{5}t^2-\frac{24}{5}t+4) + (-\frac{4}{5}t+4) = -\frac{4}{5}(t-\frac{4}{2})^2+5$.

\therefore 当 $t=\frac{5}{2}$ 时, MP 的最大值为 5.

② 当 $-\frac{4}{5}(t-\frac{5}{2})^2+5=1$ 时, $t_1=\frac{5}{2}+\sqrt{5}, t_2=\frac{5}{2}-\sqrt{5}$.

25. (1)2.

$$(2) S = \frac{3}{10}t^2 (0 \leq t \leq 10); S = 3t (10 < t \leq 12); S = 36 (12 < t \leq 18).$$

$$(3) \frac{4}{5}, \frac{2}{5}.$$

$$(4) 0 < v \leq \frac{1}{6} \text{ 或 } \frac{4}{5} \leq v < \frac{5}{6}.$$

数学试卷(十)

一、选择题(每小题3分,共24分)

1. A 2. A 3. C 4. A 5. C 6. B 7. A 8. C

二、填空题(每小题3分,共18分)

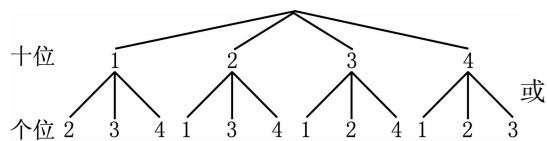
9. $3\sqrt{2}$ 10. 30 11. ab 12. 30 13. 12 14. $-\frac{3}{16}$

三、解答题(本大题共11小题,共78分)

15. 原式 $= 1 - a^2 + a^2 - 4a + 4 = -4a + 5$.

当 $a = -\frac{3}{2}$ 时, 原式 $= 6 + 5 = 11$.

16.



两位数 \ 十位	1	2	3	4
个位				
1		21	31	41
2	12		32	42
3	13	23		43
4	14	24	34	

$$\therefore P(\text{组成的两位数小于 } 20) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}.$$

17. 设购进的第一批书包每个的进价为 x 元.

$$\text{依题意, 得 } \frac{4800}{x} - \frac{5400}{1.5x} = 40. \text{ 解得 } x = 30.$$

经检验, $x = 30$ 是原方程的解, 且符合题意.

答: 购进的第一批书包每个的进价是 30 元.

18. $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ.$$

$$\because AB \perp CD,$$

$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BD}.$$

又 $\because CF \perp AD, \therefore BD \parallel CF$.

$$\therefore \angle B = \angle BOC = 2\angle A.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle A + \angle B = 90^\circ$.

$$\therefore \angle A + 2\angle A = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ.$$

19. 如图, 过点 C 作 $CE \perp AD$ 于点 E , 过点 B 分别作 $BF \perp AD$ 于点 F , $BG \perp CE$ 于点 G .

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABF \text{ 中, } \angle AFB = 90^\circ, \therefore \sin \angle BAF = \frac{BF}{AB}.$$

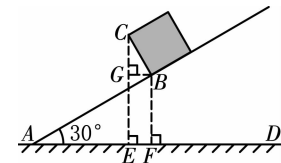
$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BCG \text{ 中, } \angle BGC = 90^\circ, \cos \angle BCG = \frac{CG}{BC}.$$

$$\because AB = 3, BC = 1, \angle BAF = 30^\circ, \angle BCG = 30^\circ,$$

$$\therefore BF = \sin 30^\circ \cdot AB = 1.5, CG = \cos 30^\circ \cdot BC \approx 0.87.$$

$$\therefore CE = BF + CG = 1.5 + 0.87 = 2.37 \approx 2.4(\text{m}).$$

答: 木箱顶点距离地面 AD 的高度约为 2.4m.



20. (1) 参与调查的学生及家长总人数 $(16+4) \div 5\% = 400$ (人).

(2) “非常了解”所对应的学生人数 $400 - 83 - 77 - 73 - 54 - 31 - 16 - 4 = 62$ (人).

(3) 调查的学生的总人数 $62 + 73 + 54 + 16 = 205$ (人),

对“校园安全”知识达到“非常了解”和“基本了解”的学生是 $62 + 73 = 135$ (人), 则全校 1 200 名学生中, 达到“非常了解”和“基本了解”的学生约有

$$1200 \times \frac{135}{205} \approx 790(\text{人}).$$

21. (1) 在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中, D 为 OB 的中点,

$$\therefore DO = DA.$$

$$\therefore \angle DAO = \angle DOA = 30^\circ.$$

又 $\because \triangle OBC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle BCO = \angle AEO = \angle COB = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle EOA = \angle DOA + \angle COB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AEO = \angle BCO = 60^\circ. \therefore BC \parallel AE.$$

$$\therefore \angle BAO = \angle COA = 90^\circ, \therefore OC \parallel AB.$$

\therefore 四边形 $ABCE$ 是平行四边形.

(2) 设 $OG = x$, 由折叠可知, $AG = GC = 8 - x$.

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle OAB = 90^\circ, \angle AOB = 30^\circ, OB = 8,$

$$\therefore OA = OB \cdot \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}.$$

在 $\text{Rt}\triangle OAG$ 中, $\angle COA = 90^\circ,$

$$\therefore OG^2 + OA^2 = AG^2,$$

$$x^2 + (4\sqrt{3})^2 = (8-x)^2, \text{ 解得 } x = 1.$$

$$\therefore OG = 1.$$

22. (1) 40 千米/时

(2) 根据题意知, 甲车在 $A-B$ 的过程中速度为 80 千米/时,

$B-A$ 过程中速度为 60 千米/时.

$A-B$ 的路程为 $80 \times 2 = 160$ (千米).

$$\text{则甲 } B-A \text{ 所用时间 } \frac{160}{60} = \frac{8}{3}(\text{时}).$$

∴甲 A-B-A 的时间一共为 $\frac{8}{3} + 2 = \frac{14}{3}$ (时).

∴ $s_1 = -60(x-2) + 160 = -60x + 280$ ($2 \leq x \leq \frac{14}{3}$),

$s_2 = 40x - 40$ ($2 \leq x \leq \frac{14}{3}$).

(3) 当甲车出发 $\frac{16}{5}$ 小时, 乙车遇到甲车并同速返回;

相遇点距 A 地的路程为 88 千米.

23. (1) 如图①, 在正方形 ACFD 中, $AD=AC$, $\angle CAD=90^\circ$,

∴ $\angle DAD' + \angle CAB = 90^\circ$.

∴ $DD' \perp AB$,

∴ $\angle DD'A = 90^\circ$.

∴ $\angle D'DA + \angle DAD' = 90^\circ$.

∴ $\angle D'DA = \angle CAB$.

∴ $\angle CBE = 90^\circ$,

∴ $\angle DD'A = \angle ABC$.

∴ $\triangle ADD' \cong \triangle CAB$.

∴ $DD' = AB$.

(2) 如图②, $DD' + EE' = AB$.

理由如下: 过点 C 作 $CH \perp AB$, 垂足为 H,

由(1)知: $\triangle ADD' \cong \triangle CAH$, $\triangle BEE' \cong \triangle CBH$,

∴ $DD' = AH$, $EE' = BH$.

∴ $DD' + EE' = AH + BH = AB$.

(3) $DD' - EE' = AB$.

24. (1) ∵直线 OA 过 $O(0, 0)$ 、 $A(2, 4)$, 直线 AB 过 $A(2, 4)$ 、 $B(2, 0)$,

∴直线 OA 的函数关系式为 $y=2x$, 直线 AB 的函数关系式为 $x=2$.

∵点 M 在 OA 上, 且点 M 横坐标为 m,

∴ $M(m, 2m)$.

∵点 M 为新抛物线顶点,

∴平移后的新抛物线的函数关系式为 $y=(x-m)^2 + 2m$.

∵点 P 是新抛物线与直线 AB 交点,

∴ $P(2, m^2 - 2m + 4)$.

(2) ∵ $m^2 - 2m + 4 = (m-1)^2 + 3$,

∴当 $m=1$ 时, $m^2 - 2m + 4$ 有最小值, 即线段 PB 最短.

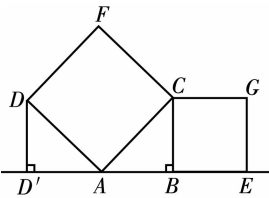
(3) 设点 F 横坐标为 x, 则 $F(x, x^2)$.

如图①, 当点 F 在点 E 左边时,

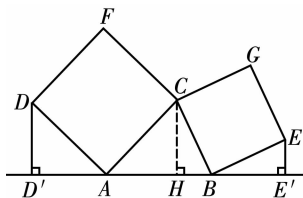
点 $E(x+3, (x+2)^2 + 2)$,

依题意, 得 $x^2 = (x+2)^2 + 2$.

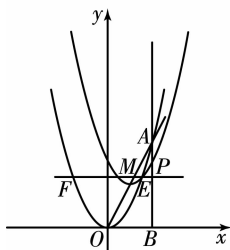
解得 $x = -\frac{3}{2}$.



图①



图②



图①

∵点 F 在 $y=x^2$ 上, ∴ $F(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$.

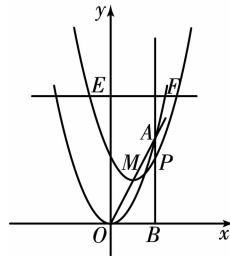
如图②, 当点 F 在点 E 右边时,

点 $E(x-3, (x-4)^2 + 2)$,

依题意, 得 $x^2 = (x-4)^2 + 2$.

解得 $x = \frac{9}{4}$.

∵点 F 在 $y=x^2$ 上, ∴ $F(\frac{9}{4}, \frac{81}{16})$.



图②

25. (1) 当 $0 < t \leq 4$ 时, $EF=t$.

当 $4 < t \leq 12$ 时, $EF = 6 - \frac{t}{2}$.

(2) 当 $0 < t \leq \frac{12}{5}$ 时, $EF=t$, $FN=2t$, $S=2t^2$.

当 $\frac{12}{5} < t \leq 4$ 时,

$S = S_{\text{矩形EFNM}} - S_{\triangle NGH} = 2t^2 - \frac{1}{2} \times 2 \left[t - \frac{1}{2}(12-3t) \right]^2 = -\frac{17}{4}t^2 + 30t - 36$.

当 $4 < t < 12$ 时, $S = \frac{1}{4}(12-t)^2 = \frac{1}{4}t^2 - 6t + 36$.

(3) 当 $0 < t < \frac{12}{5}$ 时, 如图①,

$t^2=1$, 解得 $t_1=1$, $t_2=-1$ (舍去).

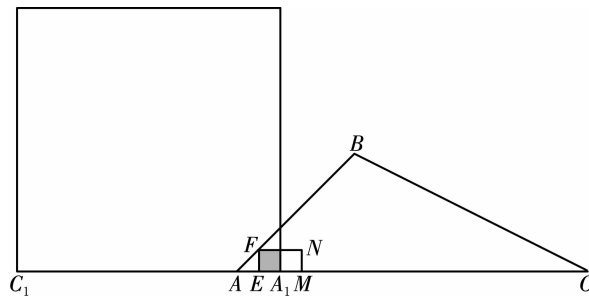
当 $\frac{12}{5} < t \leq 4$ ($t \neq 3$) 时, 如图②、图③,

$(4t-12)^2=1$, 解得 $t = \frac{11}{4}$ 或 $t = \frac{13}{4}$.

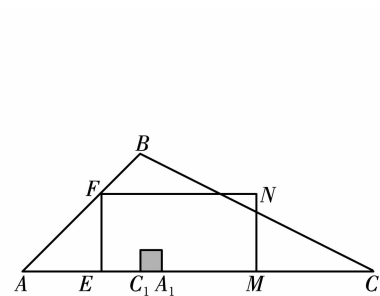
当 $4 < t \leq 6$ 时, 如图④,

$(2t-12)^2=1$, 解得 $t = \frac{11}{2}$ 或 $t = \frac{13}{2}$ (舍去).

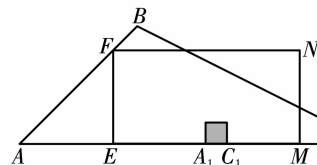
所以当重叠部分图形的面积是 1cm^2 时, t 的值为 1 或 $\frac{11}{4}$ 或 $t = \frac{13}{4}$ 或 $\frac{11}{2}$.



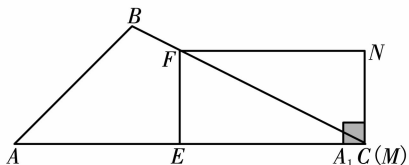
图①



图②



图③



图④